٤

١

ل ق س e

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

إدارة الامتحانات والاختبارات
قســم الامتحانات العامّة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٤

(وثيقة محمية/محدود)

المبحـث : الرياضيات (الورقة الثانية، ف٢)　　رقم المبحث:107　　مدّة الامتحـان: ٢ : ٣٠ (س د)

الفـــرع: العلمي + الصناعي جامعات　　رقم النموذج: (١)　　اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠٢٤/٠٧/٠٢

اسم الطالب:　　رقـم الجلوس:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5)؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علمًا أنّ عدد صفحات الامتحان (8).

الســـــــــؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممّا يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علمًا أنّ عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أنّ رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و(b) يقابله (ب)، و(c) يقابله (ج)، و(d) يقابله (د).

1) ناتج: $\int(3^{-x}+\sin(-x))\,dx$ ، هو:

a) $3^{-x}-\cos x+C$

b) $\frac{-3^{-x}}{\ln 3}+\cos x+C$

c) $-3^{-x}+\cos x+C$

d) $\frac{3^{-x}}{\ln 3}-\cos x+C$

2) ناتج: $\int(\cot^2 3x+2)\,dx$ ، هو:

a) $-\frac{1}{3}\cot 3x+x+C$

b) $\frac{1}{3}\cot 3x+x+C$

c) $-\frac{1}{3}\cot 3x+2x+C$

d) $\frac{1}{3}\cot 3x+2x+C$

يتبع الصفحة الثانية ....

3) قيمة: $a > 0$ ، $\int_0^a \frac{1}{a+\frac{x}{2}}\, dx$ ، هي:

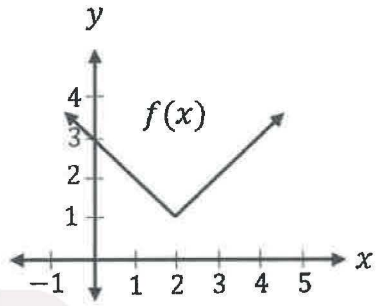
a) $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

b) $\ln a^2$

c) $\ln(5a)^2$

d) $\ln\left(\frac{9}{4}\right)$

4) معتمدًا الشكل الآتي الذي يُمثّل منحنى الاقتران: $f(x) = |x-2| + 1$ ، فإنّ قيمة $\int_0^4 f(x)\, dx$ ، هي:



a) 9

b) 8

c) 5

d) 4

5) إذا كان: $f'(x) = (2e^x + 1)^2$ ، وكان: $f(0) = 6$ ، فإنّ قاعدة الاقتران f ، هي:

a) $f(x) = 12 - 2e^{2x} - 4e^x + x$

b) $f(x) = 2e^{2x} + 4e^x - x$

c) $f(x) = 2e^{2x} + 4e^x + x$

d) $f(x) = 12 - e^{2x} - 5e^x + x$

6) يتحرك جُسيم في مسار مستقيم، وتُعطى سرعته بالاقتران: $v(t) = 2\cos\left(\frac{t}{3}\right)$ ، حيث v السرعة بالمتر لكل ثانية، و t الزمن بالثواني. إنّ إزاحة الجُسيم بالأمتار في الفترة $[0, 2\pi]$ ، هي:

a) $-3\sqrt{3}$

b) $3\sqrt{3}$

c) -3

d) 3

7) ناتج: $\int \cos^3 x \sin^2 x\, dx$ ، هو:

a) $3\sin^3 x + 5\sin^5 x + C$

b) $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$

c) $\frac{1}{3}\sin^3 x + \frac{1}{5}\sin^5 x + C$

d) $\frac{1}{3}\sin^3 x - \frac{1}{5}\sin^5 x + C$

يتبع الصفحة الثالثة ....

8) قيمة: $\int_0^1 20\, x(1-x)^3 \; dx$ ، هي:

a) 1

b) 9

c) -9

d) -1

9) ناتج: $\int \frac{4}{(x-2)(x+2)}\, dx$ ، هو:

a) $\ln|x-2| + \ln|x+2| + C$

b) $4\ln|x^2-4| + C$

c) $\ln|x-2| - \ln|x+2| + C$

d) $2\ln|x^2-4| + C$

10) ناتج: $\int \ln\sqrt{x}\; dx$ ، هو:

a) $\frac{1}{2}x\, \ln x - x + C$

b) $\frac{1}{2}x\, \ln x + x + C$

c) $\frac{1}{2}x\, \ln x - \frac{1}{2}x + C$

d) $\frac{1}{2}x\, \ln x + \frac{1}{2}x + C$

11) الحلّ العامّ للمعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x\,y} \quad , x > 0,\ y > 0$ ، هو:

a) $y^2 = \ln x^2 + C$

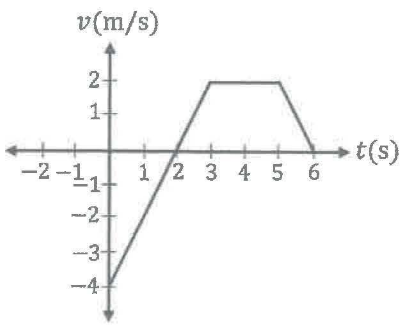
b) $y = \ln x + C$

c) $x^2 = \ln y^2 + C$

d) $x = \ln y + C$

12) معتمدًا الشكل الآتي الذي يُمثّل منحنى السرعة – الزمن لجُسيم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية $[0, 6]$.

إذا بدأ الجُسيم الحركة من $x = 2$ عندما $t = 0$ ، فإنّ الموقع النهائي للجُسيم، هو:



a) 12 m

b) 18 m

c) 2 m

d) 4 m

يتبع الصفحة الرابعة ....

13) حلّ المعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx} = e^{(x+y)}$ ، الذي يحقق النقطة $(0,0)$ ، هو:

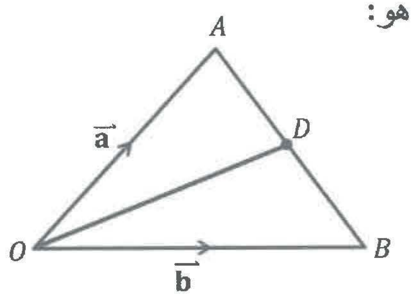
a) $e^{-y} = e^{x} - 2$

b) $3e^{-y} = 2 - e^{x}$

c) $e^{-y} = 2 - e^{x}$

d) $3e^{-y} = e^{x} + 2$

14) معتمدًا الشكل الآتي، المثلث OAB فيه: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\mathbf{a}}$ ، و $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\mathbf{b}}$ ، والنقطة D هي منتصف $\overline{AB}$.
إنّ $\overrightarrow{OD}$ بدلالة كلٍ من $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ و $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ ، هو:



a) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{\mathbf{b}} - \overrightarrow{\mathbf{a}})$

b) $\overrightarrow{\mathbf{b}} - \overrightarrow{\mathbf{a}}$

c) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{\mathbf{a}} + \overrightarrow{\mathbf{b}})$

d) $\overrightarrow{\mathbf{a}} + \overrightarrow{\mathbf{b}}$

15) إذا كان: $\overrightarrow{\mathbf{v}} = \langle a, a-1, a+1 \rangle$ ، وكان: $|\overrightarrow{\mathbf{v}}| = \sqrt{5}$ ، فإنّ القيمتين المُمكنتين للثابت a ، هما:

a) ± 4

b) ± 3

c) ± 2

d) ± 1

16) إذا كان: $\overrightarrow{\mathbf{u}} = -2\hat{\imath} + 3\hat{\mathbf{k}}$ ، $\overrightarrow{\mathbf{v}} = 3\hat{\jmath} - 2\hat{\mathbf{k}}$ ، فإنّ $2\overrightarrow{\mathbf{u}} - 3\overrightarrow{\mathbf{v}}$ ، هو:

a) $-13\hat{\imath} + 12\hat{\mathbf{k}}$

b) $-4\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} + 12\hat{\mathbf{k}}$

c) $-4\hat{\imath} + 9\hat{\jmath}$

d) $-4\hat{\imath} - 9\hat{\jmath} - 12\hat{\mathbf{k}}$

17) إذا كان متجه الموقع للنقطة M هو $\langle 4, 2, -8 \rangle$ ، وكان متجه الموقع للنقطة N هو $\langle 4, -4, 6 \rangle$ ، فإنّ متجه الموقع للنقطة K التي تقع في منتصف $\overline{MN}$ ، هو:

a) $\langle 0, 6, -14 \rangle$

b) $\langle 8, -2, -14 \rangle$

c) $\langle 4, -1, -7 \rangle$

d) $\langle 4, -1, -1 \rangle$

يتبع الصفحة الخامسة ....

18) إذا كان: $\vec{\mathbf{v}} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 2\hat{\mathbf{k}}$ ، فإنّ المتجه الذي له اتجاه $\vec{\mathbf{v}}$ نفسه، ومقداره 9 ، هو:

a) $\vec{\mathbf{u}} = \frac{1}{3}\hat{\imath} - \frac{2}{3}\hat{\jmath} + \frac{2}{3}\hat{\mathbf{k}}$

b) $\vec{\mathbf{r}} = 3\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 6\hat{\mathbf{k}}$

c) $\vec{\mathbf{n}} = 3\hat{\imath} - 3\sqrt{2}\hat{\jmath} + 3\sqrt{2}\hat{\mathbf{k}}$

d) $\vec{\mathbf{w}} = \frac{1}{9}\hat{\imath} - \frac{2}{9}\hat{\jmath} + \frac{2}{9}\hat{\mathbf{k}}$

19) إحداثيات النقطة التي تقع على المستقيم l الذي له معادلة متجهة: $\vec{\mathbf{r}} = \langle 4, 5, -2\rangle + t\langle -3, 1, 2\rangle$ ، وتقع أيضًا في المستوى XZ ، هي:

a) $(19, 0, -12)$

b) $(19, 0, 12)$

c) $(-11, 0, -5)$

d) $(11, 0, -5)$

20) إذا كان: $\vec{\mathbf{u}} = \langle -2, 1-a, 3\rangle$ ، $\vec{\mathbf{v}} = \langle b+1, 4, -6\rangle$ ، وكان: $\vec{\mathbf{u}} \parallel \vec{\mathbf{v}}$ ، فإنّ قيمة $(a+b)$ ، هي:

a) 0

b) -3

c) 3

d) 6

21) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم 5 مرات، فإنّ احتمال ظهور عدد فردي 3 مرات، هو:

a) 0.3125

b) 0.1563

c) 0.4521

d) 0.0013

يتبع الصفحة السادسة ....

22) إذا كان: $X \sim B(4,p)$ ، وكان: $P(X=1)=P(X=2)$ ، فإنّ التباين للمُتغيّر العشوائي X ، هو:

a) 0.4

b) 1.6

c) 0.96

d) 2.4

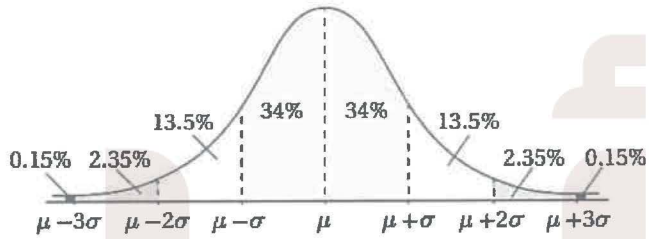
23) اعتمادًا على القاعدة التجريبية في الشكل الآتي، إذا اتَّخَذَ التمثيل البياني لأطوال مجموعة من الطلبة شكل المنحنى الطبيعي بوسط حسابي μ ، وانحراف معياري σ . فإنّ النسبة المئوية للطلبة الذين تقلّ أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين، هي:

a) 68%

b) 47.5%

c) 15.85%

d) 13.5%



24) إذا كان: $X \sim N(\mu, \mu^2)$ ، $\mu > 0$ ، وكانت قيمة z المعيارية المقابلة لقيمة $x=1$ هي 2 ، فإنّ قيمة الانحراف المعياري لهذا التوزيع، هي:

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{2}$

c) 3

d) 2

25) إذا كان Z مُتغيّرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا ، فإنّ $P(-0.5 < z < 1.5)$ يساوي:

a) 0.2427

b) 0.3345

c) 0.4332

d) 0.6247

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي الذي يُمثّل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

z	0	0.25	0.50	1	1.5	2
$P(Z<z)$	0.5000	0.5987	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772

يتبع الصفحة السابعة ....

عزيزي الطالب: أجب عن الأسئلة (الثاني والثالث والرابع والخامس) على دفتر إجابتك فهو المعتمد فقط لاحتساب علامتك في هذه الأسئلة.

السؤال الثاني: (32 علامة)

a) جد كلاً من التكاملات الآتية:

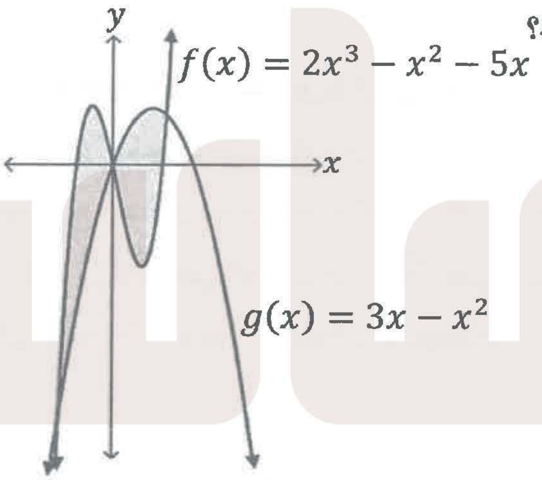
$$1)\ \int (1+\cos^2 x)\tan^3 x\, dx$$

(10 علامات)

$$2)\ \int \frac{4x^3-2}{2x^2-3x-2}\, dx$$

(10 علامات)

b) معتمدًا الشكل المجاور، ما مساحة المنطقة المُظلَّلة؟



(12 علامة)

السؤال الثالث: (22 علامة)

a) جد قيمة التكامل الآتي:

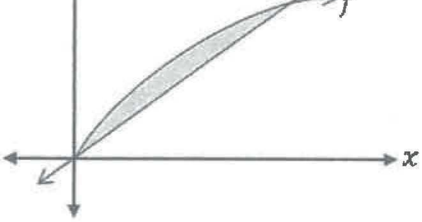
$$\int_0^1 \frac{x^3 e^{x^2}}{(x^2+1)^2}\, dx$$

(12 علامة)

b) معتمدًا الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنيَي الاقترانين:

$$f(x)=\sqrt{ax}\ ,\ g(x)=\frac{x}{a}\ ,\ a>0\ ,\ x\geq 0$$

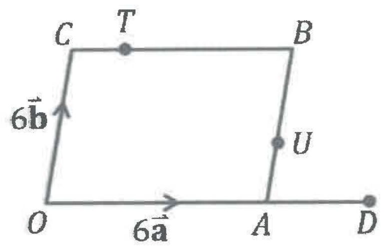
إذا كان حجم المُجسّم الناتج من دوران المنطقة المُظلّلة حول المحور x يساوي $\frac{64\pi}{3}$ وحدة مكعّبة، فجد قيمة الثابت a .



(10 علامات)

يتبع الصفحة الثامنة ....

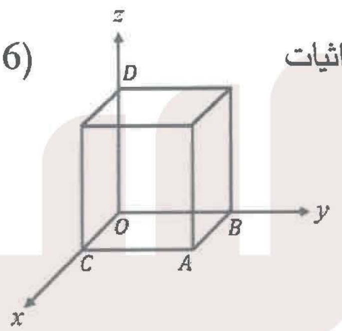
السؤال الرابع: (22 علامة)



a) معتمدًا الشكل المجاور الذي يَظهَر فيه متوازي الأضلاع $OABC$ ، إذا كان: $\overrightarrow{OA} = 6\vec{\mathbf{a}}$ و $\overrightarrow{OC} = 6\vec{\mathbf{b}}$ ، وكانت النقطة T تقع على $\overline{CB}$ ، بحيث كان $CT = \frac{1}{2}TB$ ، والنقطة U تقسم $\overline{AB}$ ، حيث $AU : UB = 1 : 2$. إذا مُدّ الضلع $\overline{OA}$ على استقامته إلى النقطة D ، حيث $OD = \frac{4}{3}OA$ ، فأثبت باستعمال المتجهات أنّ النقاط: T, U, D تقع على استقامة واحدة. (12 علامة)

b) إذا كانت: $\vec{\mathbf{r_1}} = \langle 2, 4, -8\rangle + t\langle 2, -2, 14\rangle$ معادلة متجهة للمستقيم l_1 ،
وكانت: $\vec{\mathbf{r_2}} = \langle -2, 2, 3\rangle + u\langle 5, 1, -4\rangle$ معادلة متجهة للمستقيم l_2 ،
فأثبت أنّ المستقيمين l_1 , l_2 متقاطعان، ثمّ جد نقطة التقاطع. (10 علامات)

السؤال الخامس: (24 علامة)



a) في الشكل المجاور يَظهَر مُكعّب طول ضلعه 4 cm مرسومًا في نظام الإحداثيات ثلاثي الأبعاد، بحيث يقع أحد رؤوسه في نقطة الأصل O ، وتقع أحرفه: $\overline{OC}$ على المحور x ، و $\overline{OB}$ على المحور y ، $\overline{OD}$ على المحور z.
جد $m\angle DAO$ إلى أقرب عُشر درجة (باستعمال المتجهات). (6 علامات)

b) في يوم طبي مجاني، حلّلت لجنة طبيّة فصائل دم لطلبة إحدى المدارس. إذا كان احتمال ظهور فصيلة الدم A^+ يساوي 0.2 عند إجراء هذا التحليل لعيّنات دم الطلبة، فجد كلاً ممّا يأتي:
1) احتمال تحليل أكثر من ثلاث عيّنات دم حتى ظهور أول عيّنة من فصيلة الدم A^+ .
2) العدد المتوقع لعيّنات الدم التي ستُحلّل إلى حين ظهور أول عينة من فصيلة الدم A^+ . (9 علامات)

c) أُجريت دراسة على 20000 شجرة في غابة، فتبيّن أنّ 2136 شجرة يقلّ طول كلّ منها عن 10 m .
إذا كانت أطوال هذه الأشجار تتبع توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي μ وانحرافه المعياري 4 m ، فجد قيمة μ .
(9 علامات)

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي الذي يمثّل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

z	0	1	1.2	1.24	1.75	2	2.4
$P(Z < z)$	0.5000	0.8413	0.8849	0.8925	0.9599	0.9772	0.9918

❮ انتهت الأسئلة ❯

المادة: الرياضيات العلمي ورقة 2
نظامي جيل 2006

السؤال	الإجابة	السؤال	الإجابة
1	b	16	b
2	a	17	d
3	d	18	b
4	b	19	a
5	c	20	d
6	b	21	a
7	d	22	c
8	a	23	b
9	c	24	a
10	c	25	d
11	a		
12	d		
13	c		
14	c		
15	d		

م/ مصطفى شوابكة

السؤال الثاني: (9)

$$\int (1+\cos^2 x)\tan^3 x \, dx$$

$$\int (1+\cos^2 x)\frac{\sin^3 x}{\cos^3 x}\, dx$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x} + \cancel{\cos^2 x}\cdot\frac{\sin^3 x}{\cos^{\cancel{3}} x}\, dx$$

$$\int \tan^3 x + \int \frac{\sin^3 x}{\cos x}\, dx$$

$$\int \tan^3 x \, dx = \int \tan x \tan^2 x \, dx$$

$$= \int \tan x (\sec^2 x - 1)\, dx$$

$$= \int \tan x \sec^2 x - \int \tan x \, dx$$

$$u = \tan x, \quad dx = \frac{du}{\sec^2 x}$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$= \int u \cdot \cancel{\sec^2 x}\cdot \frac{du}{\cancel{\sec^2 x}} \qquad -\ln|\cos x|$$

$$= \frac{u^2}{2} = \frac{\tan^2 x}{2} + \ln|\cos x|$$

يتبع الحل

(تابع السؤال الثاني (a))

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} \cdot dx$$

$u = \cos x$

$dx = \dfrac{du}{-\sin x}$

$u^2 = \cos^2 x$

$u^2 = 1 - \sin^2 x$

$u^2 - 1 = -\sin^2 x$

$$\int \frac{\sin^{\cancel{3}\,2} x}{u} \cdot \frac{du}{\cancel{-\sin x}}$$

$$\int -\frac{\sin^2 x}{u} \cdot du$$

$$\int \frac{u^2 - 1}{u} \cdot du$$

$$\int u - \frac{1}{u}$$

$$\frac{u^2}{2} - \ln|u| + c$$

$$\frac{\cos^2 x}{2} - \ln|\cos x| + C$$

$$\frac{1}{2}\tan^2 x + \cancel{\ln|\cos x|} + \frac{1}{2}\cos^2 x - \cancel{\ln|\cos x|} + C$$

$$\frac{1}{2}\tan^2 x + \frac{1}{2}\cos^2 x + C$$

الإجابة الأخيرة

③

١٢ مصطفى حوابنة

السؤال الثاني (٩)

2) $\int \frac{4x^3-2}{2x^2-3x-2} \cdot dx$ (درجة البسط أكبر نقسم)

$$\begin{array}{r} 2x+3 \\ 2x^2-3x-2 \overline{\big) \; 4x^3-2} \\ \mp 4x^3 \pm 6x^2 \pm 4x \\ \hline 6x^2+4x-2 \\ \mp 6x^2 \pm 9x \pm 6 \\ \hline 13x+4 \end{array}$$

$\Leftarrow$ الناتج + $\frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

$$\int \underbrace{2x+3}_{\text{مباشر}} + \underbrace{\frac{13x+4}{2x^2-3x-2}}_{\text{كسور جزئية}} \cdot dx$$

$$\frac{13x+4}{2x^2-3x-2} = \frac{13x+4}{(x-2)(2x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{2x+1}$$

$$13x+4 = A(2x+1) + B(x-2)$$

$x=2 \Rightarrow 30 = 5A \Rightarrow \boxed{A=6}$

$x=-\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{13}{2}+4 = -\frac{5}{2}B \Rightarrow \boxed{B=1}$

$$\int 2x+3 + \int \frac{6}{x-2} + \frac{1}{2}\int \frac{1 * 2}{2x+1} = x^2+3x+6\ln|x-2| + \frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$$

١٩ مصطفى ثوابتة

السؤال الثاني (b)

١- ايجاد نقاط التقاطع
نساوي

$$2x^3 - \cancel{x^2} - 5x = 3x - \cancel{x^2}$$

$$2x^3 - 5x - 3x = 0$$

$$2x^3 - 8x = 0$$

$$2x(x^2 - 4) = 0$$

$$2x = 0 \qquad x^2 - 4 = 0$$

$$\boxed{x = 0} \qquad (x-2)(x+2) = 0$$

$$\boxed{x = 2} \qquad \boxed{x = -2}$$

$$A_1 = \int_{-2}^{0} \underbrace{(2x^3 - x^2 - 5x)}_{\text{البعيد}} - \underbrace{(3x - x^2)}_{\text{القريب}} \cdot dx$$

$$A_1 = \int_{-2}^{0} 2x^3 - 8x \cdot dx = \frac{x^4}{2} - 4x^2 \Big|_{-2}^{0}$$

$$(0 - (8 - 16) = \boxed{8} \longrightarrow A_1$$

$$A_2 = \int_{0}^{2} \underbrace{(3x - x^2)}_{\text{البعيد}} - \underbrace{(2x^3 - x^2 - 5x)}_{\text{القريب}} \cdot dx$$

$$A_2 = \int_{0}^{2} -2x^3 + 8x \cdot dx = -\frac{x^4}{2} + 4x^2 \Big|_{0}^{2}$$

$$A_1 + A_2$$
$$8 + 8$$

$$A_2 = ((-8 + 16) - 0) = 8 \Rightarrow \text{Total Area} = \boxed{16}$$

السؤال الثالث (9)

$$\int_0^1 \frac{x^3 \cdot e^{x^2}}{(x^2+1)^2} \cdot dx$$ تكامل بالتعويض ←

$u = x^2$
$dx = \frac{du}{2x}$

$x=0 \Rightarrow u=0$
$x=1 \Rightarrow u=1$

$$\int_0^1 \frac{\cancel{x^3}^{\,2} \cdot e^u}{(u+1)^2} \cdot \frac{du}{2\cancel{x}}$$

$$\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{x^2 \cdot e^u}{(u+1)^2} \cdot du$$

$$\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{u \cdot e^u}{(u+1)^2}$$ تكامل بالاجزاء

$w = u \cdot e^u \xrightarrow{\text{نشتق}} dw = u \cdot e^u + e^u$

$dv = \frac{1}{2(u+1)^2}$ ← خلي مرفوع للقوة $\xrightarrow{\text{تكامل}} v = \int \frac{1}{2}(u+1)^{-2} \cdot du = \frac{1}{2}\frac{(u+1)^{-1}}{-1}$

$= -\frac{1}{2(u+1)}$

$$\frac{-u \cdot e^u}{2(u+1)}\Big|_0^1 + \int_0^1 \cancel{(u+1)}e^u \cdot +\frac{1}{2\cancel{(u+1)}}$$

$$\frac{-u \cdot e^u}{2(u+1)} + \frac{1}{2}e^u \Big|_0^1 = \left(\frac{-e}{4} + \frac{1}{2}e\right) - \left(0 + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4}e - \frac{1}{2}$$

السؤال الثالث (b)

$$f(x) = \sqrt{ax} \ , \ g(x) = \frac{x}{a}$$

$$\sqrt{ax} = \frac{x}{a} \Rightarrow ax = \frac{x^2}{a^2} \Rightarrow a^3 x = x^2$$

$$x^2 - a^3 x = 0 \Rightarrow x(x - a^3) = 0$$

$$\boxed{x = 0} \quad \boxed{x = a^3} \Rightarrow \text{Test } a/2$$

$$f(a/2) = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$g(a/2) = \frac{1}{2}$$

$$f(a/2) > g(a/2)$$

لتحديد البعيد والقريب

$$V = \pi \int_0^{a^3} (\sqrt{ax})^2 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 . dx$$

$$V = \pi \int_0^{a^3} ax - \frac{x^2}{a^2} . dx$$

$$\frac{64\cancel{\pi}}{3} = \cancel{\pi} \left(\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3a^2} \Big|_0^{a^3} \right)$$

$$\frac{64}{3} = \left(\left(\frac{a^7}{2} - \frac{a^7}{3} \right) - (0) \right) \Rightarrow 6 \times \frac{64}{3} = \frac{1}{6} a^7 \times 6$$

$$\frac{384}{3} = a^7 \Rightarrow 128 = a^7 \Rightarrow \sqrt[7]{128} = \sqrt[7]{a^7}$$

$$\boxed{a = 2}$$

أ/ مصطفى شوابكة

السؤال الرابع (a)

لاثبات أن T ، U ، D على استقامة يوجد خيارين

الاول : TU ∥ UD أو الثاني : TU ∥ TD

سوف نحل بالاول : TU ∥ UD

$TU \parallel UD \Rightarrow TU = k\,UD$

$TU = TB + BU$

$TU = \frac{2}{3}CB + \frac{2}{3}BA$

$TU = \frac{2}{3}(6a) + \frac{2}{3}(-6b)$

$TU = 4\vec{a} - 4\vec{b}$

$OD = \frac{4}{3}OA$

$OD = \frac{4}{3}(6a)$

$OD = 8a$

$AD = 2\vec{a}$

$UD = UA + AD$

$UD = \frac{1}{3}BA + 2a$

$UD = \frac{1}{3}(-6b) + 2a = -2\vec{b} + 2\vec{a}$

نلاحظ أن ⇐ $TU = 2UD$

اذاً النقاط على مستقيم واحد.

السؤال الرابع (b)

$$\vec{r}_1 = \langle 2, 4, -8 \rangle + t\langle 2, -2, 14 \rangle$$

$$L_1 : r_1 = \langle 2+2t, 4-2t, -8+14t \rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle -2, 2, 3 \rangle + u\langle 5, 1, -4 \rangle$$

$$L_2 : \vec{r}_2 = \langle -2+5u, 2+u, 3-4u \rangle$$

$2+2t = -2+5u$ $\qquad$ $4-2t = 2+u$ $\qquad$ $-8+14t = 3-4u$

$2t-5u = -4$ — 1 $\qquad$ $-2t-u = 2-4$ $\qquad$ $+14t+4u = 11$ — 3

$-2t-u = -2$ — 2

بجمع المعادلتين 1 و 2 ينتج

$$\cancel{2t} - 5u = -4$$
$$-\cancel{2t} - u = -2 \quad (+)$$
$$-6u = -6 \Rightarrow \boxed{u = 1}$$

نعوض في المعادلة 1 لايجاد t $\Leftarrow$ $2t - 5(1) = -4$

$$2t - 5 = -4$$
$$2t = 1 \Rightarrow \boxed{t = 1/2}$$

لاثبات التقاطع يجب أن تحقق قيم t, u المعادلة 3

اذا متقاطعين $\Leftarrow$ $+7+4 = 11$ $\Leftarrow$ $+14(1/2) + 4(1) \stackrel{?}{=} 11 \Rightarrow$

لايجاد نقطة التقاطع نعوض بأي مستقيم $\langle 3, 3, -1 \rangle$

السؤال الخامس (a)

احداثيات النقطة D ⇐ $D(0,0,4)$

احداثيات النقطة O ⇐ $O(0,0,0)$

احداثيات النقطة A ⇐ $A(4,4,0)$

المطلوب الزاوية بين المتجهين $\vec{DA}$ و $\vec{AO}$

$\vec{DA} = \langle 4-0, 4-0, 0-4 \rangle = \langle 4, 4, -4 \rangle$

$\vec{AO} = \langle 0-4, 0-4, 0-0 \rangle = \langle -4, -4, 0 \rangle$

$$\cos\theta = \frac{\vec{DA} \cdot \vec{AO}}{|\vec{DA}| \times |\vec{AO}|}$$

$\vec{DA} \cdot \vec{AO} = \langle 4, 4, -4 \rangle \cdot \langle -4, -4, 0 \rangle$

$= -16 - 16 + 0 = -32$

$|\vec{DA}| = \sqrt{16+16+16} = 4\sqrt{3}$

$|\vec{AO}| = \sqrt{16+16+0} = 4\sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{-32}{4\sqrt{3} * \sqrt{2}\, 4} \Rightarrow \cos\theta = \frac{-2}{\sqrt{6}} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{6}}\right)$

$\theta = 35.3 \Leftarrow \theta = 180 - 144.7 \Leftarrow \theta = 144.7$

م/ مصطفى حوابتة

السؤال الخامس (b)

$X \sim Geo(p)$

$X \sim Geo(0.2)$

1) $p(X>3) \Rightarrow (1-0.2)^3 = 0.8^3 = 0.512$

أو

طريقة أخرى $1-p(X\leq 3) \Rightarrow 1-\underbrace{(p(3)+p(2)+p(1))}_{\text{نحسبهم على القانون}}$

2) $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.2} = \boxed{5}$

P/ مصطفى شوابكة

السؤال الخامس (c)

$$P(X<10) = \frac{2136}{20000}$$

$$P(X<10) = 0.1068 \qquad \mu = ?$$

$$\sigma = 4$$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{10-\mu}{4}\right) = 0.1068$$

$$P\left(Z < \frac{10-\mu}{4}\right) = 0.1068$$

قيمة Z سالبة

غير موجودة بالجدول

$$1-0.1068 \Rightarrow 0.8932$$

$$P\left(Z < \frac{10-\mu}{4}\right) = 0.8932$$

$$Z = -1.24 \Rightarrow Z = \frac{10-\mu}{4}$$

$$\frac{-1.24}{1} \times \frac{10-\mu}{4}$$

$$-4.96 = 10-\mu$$

$$\mu = 10 + 4.96 = 14.96$$