X V م H

إدارة الامتحانات والاختبارات
قســم الامتحانات العامّة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٤ التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

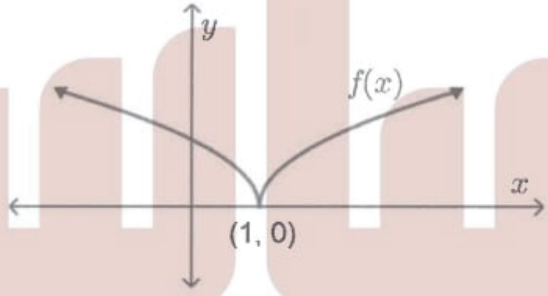
المبحث: الرياضيات (الورقة الأولى، ف١) رقم المبحث: 116 مدّة الامتحان: ٣٠ د : ٢ س
الفــرع: العلمي + الصناعي جامعات رقم النموذج: (١) اليوم والتاريخ: الإثنين ٢٠٢٤/١٢/٣٠
اسم الطالب: رقــم الجلوس:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5)؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علمًا أنّ عدد صفحات الامتحان (8).

السؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممّا يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علمًا أنّ عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أنّ رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و(b) يقابله (ب)، و(c) يقابله (ج)، و(d) يقابله (د).

1) معتمدًا الشكل الآتي الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران $f(x)$ ، فإنّ الاقتران $f(x)$ غير قابل للاشتقاق عند النقطة $(1,0)$ لأنّه يوجد لمنحناه عندها:



a) مماس أفقي
b) نقطة عدم اتصال
c) مماس رأسي
d) رأس حاد

2) إذا كان: $y = \frac{(e\,x)^2 - x\,e^{2x}}{x}$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 1$ هي:

a) $1 - e^2$
b) $-e^2$
c) $1 + e^2$
d) e^2

3) إذا كان: $f(x) = \sin\frac{x}{2} + \cos\frac{\pi}{2}$ ، فإنّ $f'(0)$ هي:

a) $\frac{1}{2}$
b) $-\frac{1}{2}$
c) 1
d) -1

يتبع الصفحة الثانية ،،،،

4) إذا كان الاقتران: $s(t) = t^3 - 6t^2 + 1\ ,\ t \geq 0$ يُمثِّل موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني، فإنّ سرعة الجسم عندما يكون تسارعه صفرًا هي:

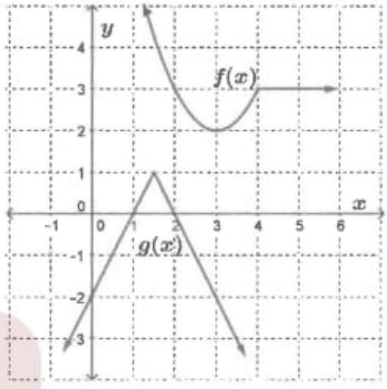
a) $12\ \mathrm{m/s}$

b) $-12\ \mathrm{m/s}$

c) $24\ \mathrm{m/s}$

d) $-24\ \mathrm{m/s}$

5) يُبيّن الشكل الآتي منحنيي الاقترانين $f(x),\ g(x)$. إذا كان: $h(x) = f(x)\ g(x)$ ، فإنّ $h'(3)$ هي:



a) -4

b) 0

c) 2

d) -2

6) إذا كان: $f(x) = 3\cot 2x$ ، فإنّ $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ هي:

a) 8

b) -24

c) -8

d) 24

7) إذا كان: $f(x) = 2x - \frac{1}{x}\ ,\ x \neq 0$ ، فإنّ $f'''(x)$ هي:

a) $2 + \frac{6}{x^4}$

b) $2 - \frac{6}{x^4}$

c) $\frac{6}{x^4}$

d) $-\frac{6}{x^4}$

8) إذا كان: $f(x) = \ln(\sec^2 x)$ ، فإنّ $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ هي:

a) $2\sqrt{2}$

b) $\sqrt{2}$

c) 2

d) 1

يتبع الصفحة الثالثة ،،،،

9) إذا كان: $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ ، فإنّ $f'(x)$ هي:

a) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

b) $-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

c) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$

d) $-\frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$

10) إذا كان: $f(x) = 2^{-3x}$، وكان: $f'(a) = -3\ln 2$ ، فإنّ قيمة الثابت a هي:

a) 3

b) -3

c) -1

d) 0

11) إذا كان: $f(x) = \log_4(x^2 + 3x)$، فإنّ $f'(2)$ هي:

a) $\frac{7}{\ln 4}$

b) $\frac{7}{10\ln 4}$

c) $\frac{7}{10}$

d) $\frac{7\ln 4}{10}$

12) سقطت قطرة ماء على سطح مائي، فتكوّنت موجات دائرية مُتّحدة المركز، فإذا ازدادت مساحة إحدى الدوائر بمعدّل $12\ \text{cm}^2/\text{s}$ ، فإنّ معدّل تغيُّر محيط هذه الدائرة عندما يكون طول نصف قطرها $3\ \text{cm}$ هو:

a) $2\ \text{cm/s}$

b) $\frac{2}{\pi}\ \text{cm/s}$

c) $4\ \text{cm/s}$

d) $\frac{4}{\pi}\ \text{cm/s}$

13) إذا كان: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ ، فإنّ القيمة العظمى المُطلقة للاقتران $f(x)$ في الفترة $[-1, 5]$ هي:

a) -2

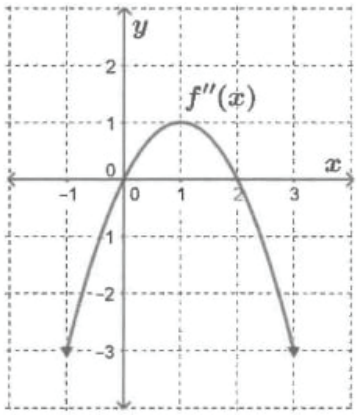
b) 27

c) -20

d) 5

يتبع الصفحة الرابعة ،،،،

14) إذا كان الشكل الآتي يُمثِّل منحنى المشتقة الثانية للاقتران $f(x)$ ، فإنّ الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران $f(x)$ مقعرًا للأعلى هي:



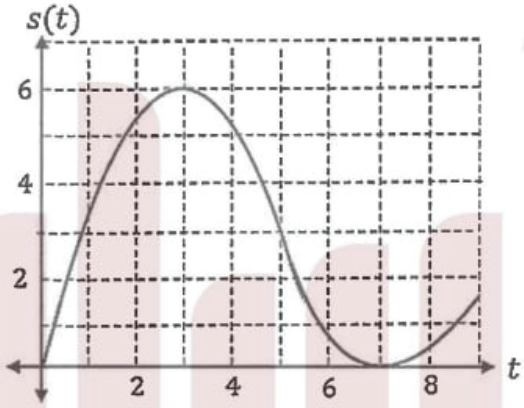
a) $(-\infty, 0)$

b) $(0, 2)$

c) $(2, \infty)$

d) $(-\infty, 1)$

❖ يُمثِّل الاقتران $s(t)$ المبيَّن منحناه في الشكل الآتي موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم في الفترة $[0, 9]$، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني، اعتمد الشكل للإجابة عن الفقرتين (15) و (16) الآتيتين:



15) قيمة (قيم) t التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظيّ هي:

a) $3, 7$

b) $0, 9$

c) 6

d) 5

16) الفترة (الفترات) الزمنية التي يتحرك فيها الجسم في الاتجاه الموجب هي:

a) $(3, 4), (5, 6)$

b) $(5, 7)$

c) $(0, 3), (7, 9)$

d) $(3, 7)$

يتبع الصفحة الخامسة ،،،،

17) إذا مَثَّل الاقتران: $s(x) = 120 - 7x$ سعر القطعة لمُنتَج ما (بالدينار) حيث x عدد القِطَع المَبيعة من المُنتَج، ومَثَّل الاقتران: $C(x) = 200 + \frac{1}{2}x^2$ تكلفة إنتاج x قطعة (بالدينار) من هذا المُنتَج، فإنّ عدد القِطَع اللّازم بيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن هو:

a) 13

b) 10

c) 9

d) 8

❖ **ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25 ، فإنّ $\sqrt{-1} = i$ حيثما وردت.**

18) قيمة: $\sqrt{\frac{-9}{32}} \times 16\, i^{13}$ في أبسط صورة هي:

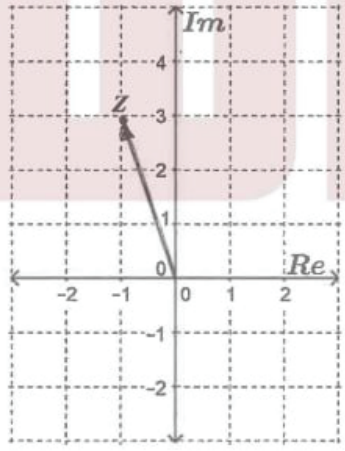
a) $-6\sqrt{2}$

b) $6\sqrt{2}$

c) $6\, i\sqrt{2}$

d) $-6\, i\sqrt{2}$

19) مُعتمدًا المستوى المُركّب الآتي الذي يُبيّن العدد المُركّب z ، فإنّ مرافق z هو:



a) $\overline{z} = 3 - i$

b) $\overline{z} = 3 + i$

c) $\overline{z} = -1 - 3i$

d) $\overline{z} = 1 - 3i$

20) قيمة y الحقيقية التي تُحقق المعادلة: $x + y + (x^2 - 1)\, i = 1 + 3\, i$ ، حيث $x > 0$ هي:

a) -1

b) 1

c) -3

d) 3

يتبع الصفحة السادسة ،،،،

21) إذا كان: $z = 3 + i\,k$ ، حيث $|z| = 6$ ، وَ $-\frac{\pi}{2} < \mathrm{Arg}(z) < 0$ ، فإنّ قيمة الثابت k هي:

a) $\sqrt{3}$

b) $-\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{3}$

d) $-3\sqrt{3}$

22) الصورة القياسية للعدد المركّب: $z = 3\left(\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)\right)$ هي:

a) 3

b) -3

c) $-3i$

d) $3i$

23) إذا كان: $z = -2 - 5\,i$ ، وكان: $\mathrm{Arg}(6 + i\,a + z) = \frac{\pi}{4}$ ، فإنّ قيمة الثابت a هي:

a) 17

b) 13

c) 1

d) 9

24) ناتج: $(2 - i)^3$ هو:

a) $10 - 11\,i$

b) $2 - 11\,i$

c) $6 - 13\,i$

d) $14 - 13\,i$

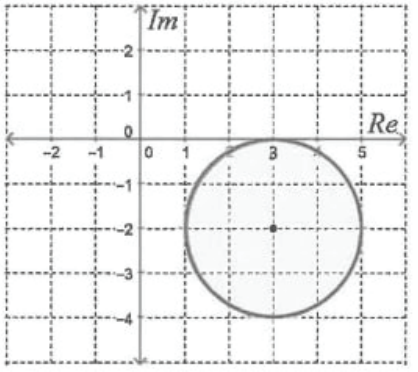
25) المتباينة (بدلالة z) التي تُمثّل المحلّ الهندسي المُمثَّل بيانيًّا في الشكل الآتي هي:

a) $|z - 2 + 3i| \le 2$

b) $|z - 3 + 2i| \le 2$

c) $|z - 2 - 3i| \le 2$

d) $|z - 3 - 2i| \le 2$



يتبع الصفحة السابعة ،،،،

عزيزي الطالب: أجب عن الأسئلة (الثاني والثالث والرابع والخامس) على دفتر إجابتك فهو المعتمد فقط لاحتساب علامتك في هذه الأسئلة.

السؤال الثاني: (20 علامة)

a) طَرَحت إحدى الشركات مُنتَجًا جديدًا في الأسواق، ثم رَصَدت عدد القِطَع المَبيعة من المُنتَج، فإذا مَثَّل الاقتران:

$N(t) = \frac{250\,t^2}{1+2t}\ ,\ t > 0$ عدد القطع المَبيعة منذ طرح المُنتَج في الأسواق، حيث t الزمن بالأشهر،

فجد كلًّا ممّا يأتي: (8 علامات)

1) معدّل تغيُّر عدد القِطَع المَبيعة بالنسبة إلى الزمن.

2) قيمة $N'(3)$ ، مُفسِّرًا معنى الناتج.

b) جد $\frac{d^2y}{dx^2}$ للمعادلة الوسيطية الآتية عندما $t = \frac{\pi}{8}$:

$$x = 2\sin 2t \quad , \quad y = \cos^2 2t \quad , \quad 0 \le t \le 2\pi$$

(12 علامة)

السؤال الثالث: (34 علامة)

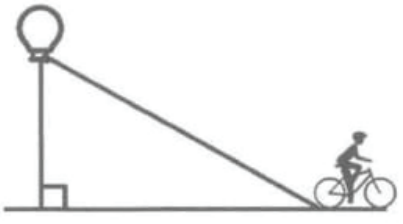
a) جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة: $x^3 + y^3 = 8xy$ ، عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $y = x$ في الرُّبع الأول من المستوى الإحداثي.

(12 علامة)

b) إذا كان: $y = \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x^2+1}}$ ، فأثبت باستعمال الاشتقاق اللوغاريتمي أنّ: $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

(10 علامات)

c) يرتفع بالون رأسيًّا فوق مستوى طريق مستقيم أفقي بمعدّل 3 m/s ،
وفي اللحظة التي كان فيها البالون على ارتفاع 9 m فوق الطريق ،
مرّت أسفله دراجة تتحرك بسرعة 5 m/s ، كما في الشكل التوضيحي المجاور.
جد معدّل تغيُّر المسافة بين البالون والدراجة بعد ثانية واحدة من تلك اللحظة.



(12 علامة)

يتبع الصفحة الثامنة ،،،،

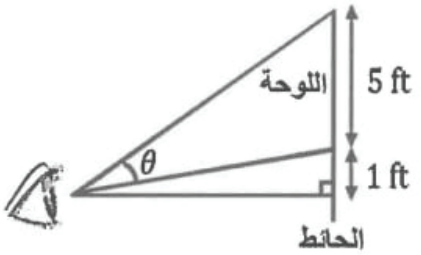
السؤال الرابع: (20 علامة)

a) جد فترات التقعّر للأعلى وللأسفل، ونقاط الانعطاف (إنْ وُجدت) لمنحنى الاقتران:

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{4}}$$

(10 علامات)

b) يَنظُر طالب إلى لوحة علمية ارتفاعها 5 ft مُعلَّقة على حائط في غرفة الصف، وارتفاع حافتها السفلية 1 ft فوق مستوى خطّ نظره الأفقي كما في الشكل التوضيحي المجاور.



كم قدمًا يجب أن يبتعد الطالب عن الحائط لتكون زاوية نظره θ أكبر ما يمكن؟

(10 علامات)

السؤال الخامس: (26 علامة)

a) جد ناتج: $18\left(\cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5}\right) \div 3\left(\cos\frac{7\pi}{10} - i\sin\frac{7\pi}{10}\right)$ بالصورة المثلثية.

(8 علامات)

b) جد جميع الجذور الحقيقية والجذور المركّبة للمعادلة:

$$z^3 - 6z^2 + 21z - 26 = 0$$

(8 علامات)

c) جد العددين المركّبين اللّذين يُحقّقان كلًّا من المحلّ الهندسي: $|z| = |z + 2i|$ ،

والمحلّ الهندسي: $|z - 2| = \sqrt{17}$.

(10 علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

المادة: رياضيات علمي- ف1
الجيل: تكميلي 2006

أ.عامر الحطبة

السؤال	الإجابة
1	d
2	b
3	a
4	b
5	a
6	c
7	c
8	c
9	a
10	d
11	b
12	c
13	d
14	b
15	a
16	c
17	d
18	a
19	c
20	a
21	d
22	c
23	d
24	b
25	b

منصة أساس التعليمية

Scanned with CamScanner

السؤال الثاني

(a)

① $N'(t) = \dfrac{(1+2t)(500t) - (250t^2)(2)}{(1+2t)^2}$

② $N'(3) = \dfrac{(7)(1500) - (2250)(2)}{(7)^2} = \dfrac{10500 - 4500}{(7)^2} = \dfrac{6000}{49}$

(b) نجد المشتقة الأولى الوسيطية

$$\frac{dy}{dt} = 2(\cos 2t)^1(-2\sin 2t)$$

$$\frac{dx}{dt} = 4\cos 2t$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{-\cancel{4}\cancel{\cos 2t}\sin 2t}{\cancel{4}\cancel{\cos 2t}} = -\sin 2t$$

الآن نشتق ضمنياً بالنسبة لـ x

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\cos 2t\left(2\frac{dt}{dx}\right)$$

$$= -\cancel{\cos 2t} \cdot 2\frac{1}{4\cancel{\cos 2t}} = -\frac{1}{2}$$

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث

(a) نجد تقاطع العلاقتين بالتعويض $y=x$

$$x^3+x^3=8x^2$$

$$2x^3-8x^2=0 \longrightarrow 2x^2(x-4)=0$$

$$x=0 \quad \boxed{x=4} \Rightarrow \boxed{y=4}$$

نأخذ $x=4$ بالربع الاول ⇐ نقطة التقاطع $(4,4)$

نشتق لايجاد الميل

$$3x^2+3y^2y'=(8x)(y')+(y)(8)$$

الان نعوض $x=4$, $y=4$

$$48+48y'=32y'+32$$

$$16y'=-16 \rightarrow y'=-1 \Rightarrow m=-1$$

معادلة المماس هي

$$y-4=-(x-4)$$

$$y-4=-x+4$$

$$y=-x+8$$

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث

(b)

$$\ln y = \ln(x-1)^2 - \ln(x^2+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$\ln y = 2\ln(x-1) - \frac{1}{2}\ln(x^2+1)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2}{x-1} - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}x}{x^2+1}$$

$$y' = y\left(\frac{2}{x-1} - \frac{x}{x^2+1}\right) = \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x^2+1}}\left(\frac{2x^2+2-x^2+x}{(x-1)(x^2+1)}\right)$$

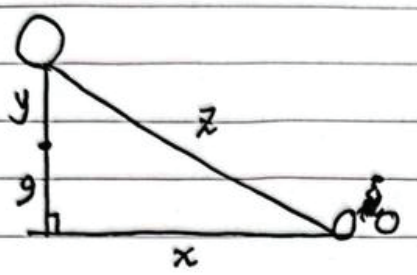
$$= \frac{\cancel{(x-1)^2}}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{x^2+x+2}{\cancel{(x-1)}(x^2+1)}$$

$$= \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{(x^2+1)(x^2+1)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{(x^2+1)^{3/2}}$$

$$= \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث



$\boxed{c}$ المعطى $\frac{dy}{dt} = 3$

$\frac{dx}{dt} = 5$

المطلوب $\left.\frac{dz}{dt}\right|_{t=1}$

$$z^2 = x^2 + (9+y)^2$$

$$z = \sqrt{x^2 + (9+y)^2}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2x\frac{dx}{dt} + 2(9+y)^1\frac{dy}{dt}}{2\sqrt{x^2+(9+y)^2}}$$

لكن المسافة = السرعة × الزمن

$x = 5(1) = 5$

$y = 3(1) = 3$

الآن نعوض بالمشتقة

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2(5)(5) + 2(12)(3)}{2\sqrt{25+144}} = \frac{50+72}{2\sqrt{169}} = \frac{122}{2(13)} = \frac{61}{13}\ m/s$$

Scanned with CamScanner

السؤال الرابع

(a) نجد اشارة $f''(x)$

$$f'(x) = -\frac{2x}{4} \cdot e^{-\frac{x^2}{4}} = -\frac{x}{2} \cdot e^{-x^2/4}$$

$$f''(x) = \left(-\frac{x}{2}\right)\left(-\frac{x}{2} e^{-x^2/4}\right) + \left(e^{-x^2/4}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\frac{x^2}{4} e^{-x^2/4} - \frac{1}{2} e^{-x^2/4} = 0$$

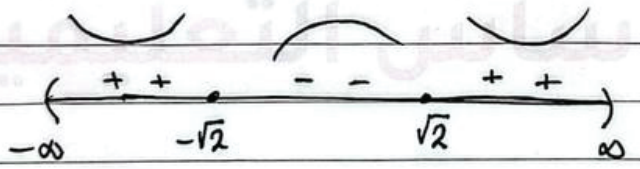
نخرج $e^{-x^2/4}$ عامل مشترك

$$e^{-x^2/4}\left(\frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$e^{-x^2/4} \neq 0 \qquad \frac{x^2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$



المجال $\mathbb{R}$

$f(x)$ مقعر لأعلى في الفترات $(-\infty, -\sqrt{2})$ و $(\sqrt{2}, \infty)$

$f(x)$ مقعر لأسفل على $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

نقاط الانعطاف

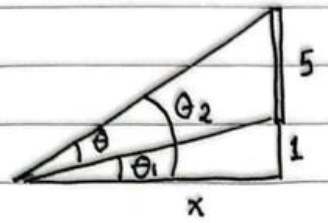
$(-\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{e}}) = (-\sqrt{2}, f(-\sqrt{2}))$

$(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{e}}) = (\sqrt{2}, f(\sqrt{2}))$

Scanned with CamScanner

السؤال الرابع

(b)



$\tan\theta_1 = \frac{1}{x}$

$\tan\theta_2 = \frac{6}{x}$

$\theta = \theta_2 - \theta_1$

$\tan\theta = \tan(\theta_2 - \theta_1)$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\tan\theta_2 - \tan\theta_1}{1 + \tan\theta_2 \tan\theta_1}$$

$$= \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2+6}{x^2}} = \frac{5}{\cancel{x}} \cdot \frac{x^{\cancel{2}}}{x^2+6}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{5x}{x^2+6}$$

$$\sec^2\theta \frac{d\theta}{dx} = \frac{(x^2+6)(5) - (5x)(2x)}{(x^2+6)^2} = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 30 - 10x^2 = 0$$

$$5x^2 = 30 \Rightarrow x^2 = 6 \rightarrow x = \sqrt{6}$$

الاختبار

$\frac{d\theta}{dx}$: $+ +$ (0) $- -$ ($\sqrt{6}$)

عندما $x = \sqrt{6}$ قيمة عظمى بحيث الزاوية أكبر ما يمكن .

السؤال الخامس

(a)

$$18\left(\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}\right)\div 3\left(\cos-\frac{7\pi}{10}+i\sin-\frac{7\pi}{10}\right)$$

$$=\frac{18}{3}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{5}+\frac{7\pi}{10}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{5}+\frac{7\pi}{10}\right)\right)$$

$$=6\left(\cos\left(\frac{11\pi}{10}-2\pi\right)+i\sin\left(\frac{11\pi}{10}-2\pi\right)\right)$$

$$=6\left(\cos\left(-\frac{9\pi}{10}\right)+i\sin\left(-\frac{9\pi}{10}\right)\right)$$

(b) نجرب عوامل الحد الثابت $z=2$ تحقق ← نقسم على $z-2$

$$\begin{array}{r|l} & z^2-4z+13 \\ \hline z-2 & z^3-6z^2+21z-26 \\ & -z^3\pm 2z^2 \\ \hline & -4z^2+21z-26 \\ & \pm 4z^2\mp 8z \\ \hline & 13z-26 \\ & 13z-26 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$(z-2)(z^2-4z+13)=0$$

$z=2$

$$z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16-52}}{2}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{-36}}{2}=\frac{4\pm 6i}{2}$$

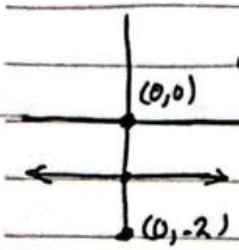
∴ جذور المعادلة هي

$$\{2,\ 2+3i,\ 2-3i\}$$

Scanned with CamScanner

السؤال الخامس

(c) نجد المعادلة الديكارتية للمنصف العمودي على القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(0,-2)$ و $(0,0)$



ميل القطعة المستقيمة $= \frac{-2-0}{0} = \frac{-2}{0} \Leftarrow$ الميل غير معرف

$\Leftarrow$ القطعة رأسية $\Leftarrow$ المنصف العمودي افقي ميله = صفر

منتصف القطعة المستقيمة $(0,-1)$

$\Leftarrow$ معادلته $y=-1$

المعادلة الديكارتية للدائرة التي مركزها $(2,0)$ ونصف قطرها $\sqrt{17}$

هو $(x-2)^2+y^2=17$

نعوض $y=-1$ بمعادلة الدائرة

$$(x-2)^2+1=17 \Rightarrow (x-2)^2=16$$

$$x-2=4 \Rightarrow x=6$$
$$x-2=-4 \Rightarrow x=-2$$

$\therefore$ العددان المركبان اللذان يحققان المعادلتين

$\{6-i \ , \ -2-i\}$

Scanned with CamScanner