

الأساس في الرياضيات أدبي

الوحدة الأولى:
الاقتربات الأسية
واللوغاريتمية



الأستاذ
فهد السلامة

00962 790 943 489

فهد السلامة
@فهد السلامة

توجيهي

* تحارس :
جد حل المعادلة الأسية :

1 $3^{x+1} = 27$

5 $f(x) = x + 3$

جد الاقتاران العكسي :

2 $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$

6 $f(x) = \frac{x}{4} + 1$

3 $4^{-x} = \frac{1}{256}$

7 $f(x) = 2x^3$

4 $24^x = 128$

* الدرس 1 *

* الاقتارات الأسية *

صورة الاقتار الأسية: $b > 0, b \neq 1, f(x) = ab^x$

مثال عليه: $f(x) = 5(3)^x$

* جدول قيمة كل اقتار عند قيم x المعطاة :-

1 $f(x) = 2(4)^x, x=3$ 2 $f(x) = 3(\frac{1}{2})^x - 4, x=-2$

3 $f(x) = 5(3)^x, x=4$ 4 $f(x) = 2(\frac{1}{3})^x - 1, x=-1$

* خصائص التحليل البياني :

- المجال مجموعة القيم على محور x
- المدى مجموعة القيم على محور y
- خط التقارب هو خط مستقيم تقرب منه فحنى الاقتار
- إذا ارتبط كل عنصر بالمجال بعنصر واحد باطري يسمى اقتار واحد لواحد .

* حصل الاقتارات بماناً و حدد المجال و المدى و حدد المقطوعين
الإحداثيين ، و حدد إذا كان واحد لواحد و بين إذا كان متزايد
أو متناقص :

$$\boxed{1} \quad f(x) = 2^x$$

$$\boxed{2} \quad f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$\boxed{3} \quad f(x) = 3^x$$

$$\boxed{4} \quad f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

* هؤلاء الواقضون على الجبل لم يهبوا من السماء هلالاً *

* خصائص الاقتار $f(x) = ab^x$

- * مجال الاقتار : \mathbb{R}
- * مداه : \mathbb{R}^+ أو $(0, \infty)$
- * متزايد إذا $b > 0$
- * متناقص إذا $0 < b < 1$
- * خط التقارب أفقي محور x
- * الاقتار واحد لواحد .

* الاقتار الأسّي بالصورة : $f(x) = ab^{x-h} + k$

- * مداه : (k, ∞)
- * خط التقارب أفقي : $y = k$
- * حد خط التقارب الأفقي لكل اقتار وحدد مجاله ومداه إذا كان متناقصاً أم متزايداً :

1 $f(x) = 5(3)^{x+1} - 2$

2 $f(x) = 7(2)^{-x} + 3$

$$\boxed{3} \quad f(x) = -3(4)^x + 1$$

$$\boxed{4} \quad f(x) = 2(3)^{x+2}$$

$$\boxed{5} \quad f(x) = 4(5)^{-x}$$

$$\boxed{6} \quad f(x) = -\frac{1}{4}(3)^{x-1} + 2$$

* **محل الاقتار:** $f(x) = 30(2)^x$ انخفاض في كيس رقيق
حيث x عدد الأسابيع منذ بداية رصدها بالكيس:

- a** بعد عدد الحشرات في كيس الرقيق بعد 6 أسابيع
b بعد كم أسبوع يصيب عددها بالكيس 7680 حشرة

* **محل الاقتار:** $f(x) = 500(2)^x$ عدد خلايا البكتيريا
حيث x الزمن بالساعات:

- a** بعد عدد الخلايا بالعينة بعد 5 ساعات
b بعد كم ساعة يصيب عدد الخلايا بالعينة 4000 خلية؟

الاقتارات اللوغاريتمية

* أسئلة الدرس *

$$\boxed{1} f(x) = 11^x, x = 3$$

$$\boxed{2} f(x) = -5(2)^x, x = 1$$

$$\boxed{3} f(x) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^x, x = 2$$

$$\boxed{4} f(x) = (-5)^x + 4, x = 4$$

$$\boxed{5} f(x) = 3^x + 1, x = 5$$

$$\boxed{6} f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x - 3, x = 2$$

* أصل كل اقتران مما يأتي بياناً ثم حدد مجاله ومداه :

$$\boxed{7} f(x) = 4^x$$

$$\boxed{8} \quad f(x) = 9^{-x}$$

$$\boxed{9} \quad f(x) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^x$$

$$\boxed{10} \quad f(x) = 3(6)^x$$

* حدد خط التقارب الأفقي لكل اقتران ثم حدد مجاله ومداه
ويبين إذا كان متناقصاً أم متزايداً؟

[11] $f(x) = 5^{x-1} + 2$

[12] $f(x) = \frac{1}{4}^{(x+2)} - 5$

[13]

[14] $f(x) = 3(6)^x$

* حصل الاقتران $f(x) = 7000(1.2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية
حيث x الزمن بالساعات =

[a] حدد عدد لجذبا البكتيرية في بداية التجربة .

[b] حدد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة .

[c] بعدكم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 10080 خلية ؟

* حصل الاقتران $f(x) = 100(0.97)^x$ نسبة الضوء المار خلال x عن الألواح الزجاجية :

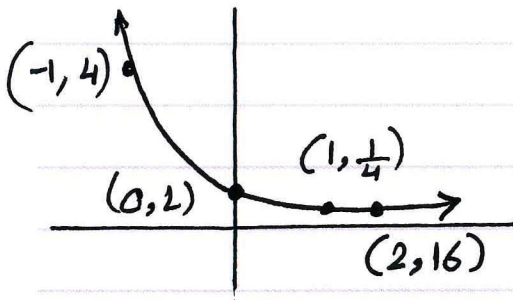
a) أوجد نسبة الضوء المار خلال لوح زجاجي واحد .

b) أوجد نسبة الضوء المار خلال 3 ألواح زجاجية .

* حصل الاقتران $p(t) = 100(0.3)^t$ نسبة المتعافين من مرضى لسرطان ، حيث تعافوا بعد t سنة من التشخيص الأول للمرضى :

a) أوجد نسبة المتعافين بعد سنة من التشخيص الأول للمرضى

b) بعد كم سنة تصبح نسبة المتعافين 9 % ؟



* مهارات التفكير العليا :-

$\Rightarrow f(x) = ab^x$

جد $f(3)$

1

2 أي الاقتارات الآتية مختلفة :

a $y = 3^x$

b $f(x) = 2(4)^x$

c $f(x) = (\frac{1}{3})^x$

d $y = 5(3)^x$

3 إذا كان $f(x) = ab^x$ أثبت أن $\frac{f(x+1)}{f(x)} = b$

* الناتج لديه خطة وبرنام والفائل لديه تبريرات *

* أرسلت : - اقتران محايي عند قيم x الموضحة :

1 $f(x) = (13)^x$, $x = 2$

2 $f(x) = 4(5)^x$, $x = 3$

3 $f(x) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $x = 3$

4 $f(x) = (-3)^x + 7$, $x = 4$

5 $f(x) = (-2)^x + 1$, $x = 6$

6 $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 12$, $x = 3$

* أمثل كل اقتران بيانياً، ثم حدد مجاله ومداه :

7 $f(x) = 7(6)^x$

8 $f(x) = 7^{-x}$

$$\boxed{9} \quad f(x) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^x$$

$$\boxed{10} \quad f(x) = 2(9)^x$$

* حدد خط التقارب الأفقي لكل اقتران محلياً ، وحدد مجاله ومداه
 وبين إذا كان متزايداً أم متناقصاً :

$$\boxed{11} \quad f(x) = 7^{x-2} + 1$$

$$\boxed{12} \quad f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$$

$$\boxed{13} \quad f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$$

$$\boxed{14} \quad f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$$

* حصل الاقتران $f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ عدد خلايا البكتيريا بعد x ساعة :

a] بعد عدد خلايا البكتيريا بعد 12 ساعة

b] بعد عدد خلايا البكتيريا عند بدء التجربة

c] بعد كم ساعة يصبح عدد خلايا البكتيريا 102400 خلاية ؟

* حصل الاقتران $f(x) = 2(0.75)^x$ كمية الماء المتبقى بالخران بعد x ساعة :

a] بعد كمية الماء في الخزان بعد ساعة واحدة .

* النمو والاضمحلال الرسي *

* الدرس 2 *

$$A(t) = a(1+r)^t$$

a : الكمية الابتدائية

r : النسبة المئوية

t : الفترة الزمنية

* اقتران النمو الرسي :

* في دراسة شملت إحدى مزارع الأعطام تبين أن عدد الخراف يزداد بنسبة 31% سنوياً :

[a] أكتب اقتران النمو الرسي الذي يُمثل عدد الخراف بعد t سنة
علماً أن عددها في المزرعة عند بدء الدراسة هو 1524 خروف

[b] حدد عدد الخراف بعد 5 سنوات من بدء الدراسة .

* في دراسة شملت إحدى مزارع الأبقار تبين أن عدد الأبقار في المزرعة يزداد بنسبة يبلغ نحو 18% سنوياً :

[a] إذا كان عدد الأبقار عند بدء الدراسة هو 327 بقرة .
أكتب اقتران النمو الرسي الذي يُمثل عدد الأبقار بعد t سنة

b] حدد عدد الأبطار بعد 3 سنوات من بدء الدراسة .

* اقتران الاضمحلال الأسّي : $A(t) = a(1-r)^t$

* تتناقص 5g من عنصر الكروم بمالنسبة 2.45% يومياً

a] اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي الذي يمثل كمية الكروم بعد t يوماً

b] حدد كمية الكروم بعد 3 أيام .

* اشترت سوزن سيارة هجينة قابلة للشحن بمبلغ JD 28500
إذا كان عن السيارة نزل بنسبة 5% سنوياً :

a] اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي بعد t سنة

b] حدد نمن السيارة بعد 4 سنوات .

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} \quad * \text{الربح المركب :-}$$

A: جملة المبلغ
P: المبلغ الأصلي
r: معدل الفائدة
n: عدد مرات إضافة الربح في سنة
t: عدد السنوات

* استثمر سلمان مبلغ 9000 JD في شركة صناعية
بنسبة ربح مركب تبلغ 1.46% وتضاف كل 3 شهور
بعد المبلغ بعد 5 سنوات .

* استثمرت نهماني مبلغ 5000 JD في شركة بنسبة ربح مركب تبلغ
2.25% وتضاف كل 6 شهور ، بعد جملة المبلغ بعد 5 سنوات

$A = pe^{rt}$
A: جملة المبلغ
P: المبلغ الأصلي
r: معدل الفائدة
t: عدد السنوات

* الربح المركب المستمر

* أودع على مبلغ 4500 JD في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر قدرها 14% ، بعد جملة المبلغ بعد 10 سنوات .

* أودعت سارة مبلغ 6300 JD في حساب بنكي بنسبة ربح مستمر قدرها 3.2% ، بعد جملة المبلغ بعد 9 سنوات .

* أسئلة :
- يبلغ عدد المشاركين في مؤتمر طبي 150 شخص هذه السنة ويوقع زيادة هذا العدد بنسبة 8% كل سنة ؛

[a] اكتب اقتران النفي الأسّي الذي يمثل عدد المشاركين بعد n سنة

[b] بعد عدد المشاركين المتوقع بعد 5 سنوات

* هناك من يحلم بالنجاح وهناك من يستيقظ باكراً لتحقيقه *

* استخدم 50 ألف شخص موقع الإلكتروني تعليمي سنة 2019 ثم ازداد عدد مستخدمي الموقع بنسبة 15% كل سنة :

a) أكتب اقتران الاختوار الأسّي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد ٦ سنة .

b) حدد عدد مستخدمي الموقع سنة 2025

* يتقاضى نحن سيارة سرحا 17350 بنسبة 3.5% سنوياً

a) أكتب اقتران الاضغلال الأسّي لنحن السيارة بعد ٦ سنة

b) حدد نحن السيارة بعد 3 سنوات

* تتفاقص عدد خلايا البكتريا في عينة مخبرية بنسبة 27% كل ساعة بعد إضافة مضاد حيوي للعينة :

a) أكتب اقتران الاضمحلال الرسي الذي تمثل عدد خلايا البكتريا بعد ساعة عامتان عددها عند إضافة المضاد الحيوي هو 15275 خلاية .

b) جد عدد خلايا البكتريا في العينة بعد 7 ساعات

* استثمر ربيع مبلغ 1200 JD في شركة بنسبة ربح مركب 10% وتضاف كل شهر :

a) أكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد ٢ سنة

b) جد جملة المبلغ بعد 5 سنوات

* استثمرت هذ مبلغ JD 6200 في شركة بنسبة ربح مركب تبلغ 8.4% وتضاف كل يوم :

a] اكتب صيغة تمثل عملة المبلغ بعد t سنة

b] جد عملة المبلغ بعد 6 سنوات

* أودع حسام مبلغ JD 9000 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستثمر مقدارها 3.6% ، جد عملة المبلغ بعد 7 سنوات .

* أودعت لى مبلغ JD 8200 في حساب بنكي ، بنسبة ربح مركب مستثمر مقدارها 4.9% ، جد عملة المبلغ بعد 9 سنوات

* أعدد باحث دراسة عن تلامز ذباب الفاكهة وتوصل للافتراض $P(t) = 20e^{0.03t}$ حيث P عدد الذباب بعد t ساعة ، جد عدد ذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بدء الدراسة .

* تحاربي *

* أكتب اقتاران محصل عدد المصابين بالانفلونزا بعد t أسبوع
علماً أن العدد يتضاعف 3 مرات كل أسبوع

* استخدم 35 ألف شخص موقع الكتروني تعليمي هذه السنة
ومن المتوقع أن يزداد هذا العدد بنسبة 2% كل سنة :

- a) أكتب اقتران النموذجي الذي يحصل مستخدميه الموقع بعد
 t سنة
b) حدد عدد مستخدمي الموقع بعد 6 سنوات .

* في دراسة علمية تناولت درجة تأثير القلون في عدد الأسماك
التي تعيش في إحدى البحيرات توصل الباحثون إلى أن عدد الأسماك
في البحيرة يقل بنسبة 20% كل سنة :

- a) أكتب اقتران الانحلال الأسّي الذي يحصل عدد الأسماك في البحيرة
بعد t سنة علماً أن عددها عند بدء الدراسة هو 2000 سمكة
b) حدد عدد الأسماك في البحيرة بعد 3 سنوات

* امتحان درس 1 + 2 *

1] جرد قيم كل اقتران عند قيم x المعطاة:

[a] $f(x) = (14)^x, x=2$

[b] $f(x) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}, x=3$

2] أعمل الاقتران بيانياً وحدد مجال وطاقه:-

[a] $f(x) = 7(6)^x$

[b] $f(x) = 4^{-x}$

3] جرد خط التقارب وحدد مجال وطاقه مبيناً إذا كان الاقتران متزايداً أم متناقصاً:

[a] $f(x) = 9^{x-2} + 10$

[b] $f(x) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 6$

4] بلغ عدد سكان لواء الموصل 84370 نسمة سنة 2015 ، إذا كان

نسبة النمو السكاني في اللواء 2.4 %

[a] أكتب اقتران النمو السكاني الذي يمثل عدد السكان بعد t سنة

[b] حدد العدد التقريبي للسكان سنة 2030

5] ستأقصر سرعة محركها JD19725 بنسبة 4% سنوياً:

[a] أكتب اقتران الاضمحلال الأسّي لتمثل السرعة بعد t سنة

[b] حدد زمن السيارة بعد 4 سنوات.

6] استثمر عامر مبلغ JD8000 في شركة صناعية بنسبة ربح مركبة

تبلغ 5.5% وتضاف كل شهر:

[a] أكتب صيغة تمثل مخرجه المبلغ بعد t سنة

[b] حدد مخرجه المبلغ بعد 6 سنوات.

* الصورة اللوغاريتمية: $y = \log_x x$ * الصورة الأسية: $b^y = x$

* سر النجاح هو الثبات والتركيز على الهدف *

* اكتب كل معادلة أسية مما يأتي في صورة لوغاريتمية :-

[1] $8^3 = 512$

[2] $25^{\frac{1}{2}} = 5$

$\Rightarrow \log_8 512 = 3$

[3] $(5)^{-3} = \frac{1}{125}$

[4] $27^0 = 1$

[5] $7^3 = 343$

[6] $49^{\frac{1}{2}} = 7$

[7] $(2)^{-5} = \frac{1}{32}$

[8] $17^0 = 1$

* ايجاد قيمة العبارة اللوغاريتمية :-

* ايجاد قيمة كل مما يأتي

[1] $\log_2 64$

2 $\log_{13} \sqrt{13}$

3 $\log_{36} 6$

4 $\log_{10} 0.1$

5 $\log_5 25$

6 $\log_8 \sqrt{8}$

7 $\log_{81} 9$

8 $\log_3 \frac{1}{27}$

* الخصائص الأساسية للوغاريتمات :

* $\log_b 1 = 0$

* $\log_b b = 1$

* $\log_b b^x = x$

* $b^{\log_b x} = x$

$\log_b 0$ غير معرف

* بعد قيمته كل محادتي :-

1 $\log_3 1$

2 $\log_{17} \sqrt{17}$

3 $\log_5 5$

4 $\log_7 5$

5 $\log_2 1$

6 $\log_{32} \sqrt{32}$

7 $\log_9 9$

8 $\log_8 13$

* أحصل كل اقتار محادتي بامناً ، ثم أحدد مجاله ومداه وقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه ، فبيناً إذا كان متناقصاً أم متزايداً :

1 $f(x) = \log_2 x$

$$\boxed{2} \quad f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$\boxed{3} \quad f(x) = \log_3 x$$

$$\boxed{4} \quad f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$$

* خصائص الاقتار اللوغاريتمي :-

- مجال الاقتار $f(x) = \log_b x$ هو $(0, \infty)$ ، \mathbb{R}^+
- مدى الاقتار هو \mathbb{R}
- الاقتار متزايد إذا كان $b > 1$
- الاقتار متناقص إذا كان $0 < b < 1$
- خط تقارب رأسي للاقتار هو محور y

* مجال الاقتار اللوغاريتمي *

$$f(x) = \log_b g(x) \Rightarrow g(x) > 0$$

* حدد مجال كل اقتار لوغاريتمي مما يلي :

1 $f(x) = \log_4(x+3)$ 2 $f(x) = \log_5(8-2x)$

3 $f(x) = \log_7(5-x)$ 4 $f(x) = \log_5(9+3x)$

* يرى المتعلم الصعوبة في كل فرصة
 أما المتفائل فيرى الفرصة في كل صعوبة *

* أسئلة :
اكتب كل معادلة لوغاريتمية في صورة أسية :

[1] $\log_7 343 = 3$

[2] $\log 256 = 4$

[3] $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

[4] $\log_{36} 6 = 0.5$

[5] $\log_a 1 = 0$

[6] $\log_{57} 57 = 1$

* اكتب كل معادلة أسية في صورة لوغاريتمية :-

[7] $2^6 = 64$

[8] $4^{-3} = \frac{1}{64}$

[9] $6^3 = 216$

[10] $5^{-3} = 0.008$

$$\boxed{11} \quad (51)' = 51$$

$$\boxed{12} \quad 9^0 = 1$$

$$\boxed{13} \quad \log_3 81 =$$

* بديلة كل عماري :-
 $\boxed{14} \quad \log_{25} 5 =$

$$\boxed{15} \quad \log_4 32 =$$

$$\boxed{16} \quad \log_{49} 343 =$$

* التصويف هو الشيء الماكر الذي
يجعلك تظن كما كنت بالأمس *

$$[17] \log_{10} 0.001 =$$

$$[18] \log_{\frac{3}{2}} 1 =$$

$$[19] \log_{\frac{1}{4}} 4 =$$

$$[20] 10^{\log_{10} \frac{1}{8}} =$$

$$[21] \log_2 \frac{1}{\sqrt{(2)^7}} =$$

$$[22] \log_a \sqrt[5]{a} =$$

$$[23] \log_{10} (1 \times 10^{-9})$$

$$[24] 8^{\log_8 5} =$$

* أمثل كل اقتران بياناً ثم حدد مجاله وصوره وقطعه من المحورين الإحداثيين ونلاحظ تقاربه عينيّاً ، إذا كان متناقصاً أم متزايداً :

$$\boxed{25} \quad f(x) = \log_5 x$$

$$\boxed{26} \quad g(x) = \log_4 x$$

$$27 \quad h(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$$

$$28 \quad r(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$$

29 $f(x) = \log_{10} x$

30 $g(x) = \log_6 x$

* بمجر مجال كل اقتران لوغاريتمي :-

$$\boxed{1} \quad f(x) = \log_3 (x-2) \quad \boxed{2} \quad f(x) = -3 \log_4 (-x)$$

$$\boxed{3} \quad f(x) = 5 - 2 \log_7 (x+1)$$

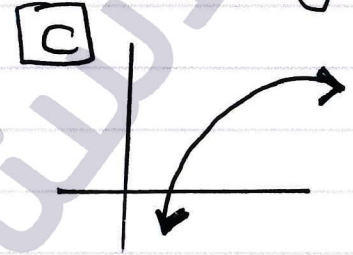
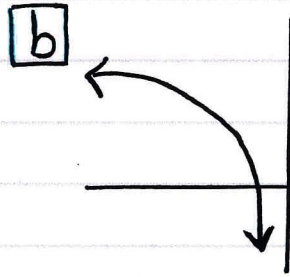
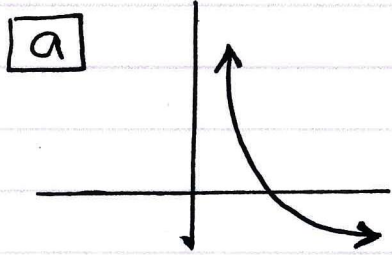
* أجد قيمة a التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_a x$ يمر بالنقطة $(32, 5)$

* أجد قيمة c التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_c x$ يمر بالنقطة $(-4, \frac{1}{4})$

* محط الاقتران $p(a) = 10 + 20 \log_5 (a+1)$ مبيعات شركة عند
 مبيعات a المبلغ الذي تنفذه شركة على إعلانات مبيعات
 جد $p(124)$ ، $p(24)$ ، $p(4)$

* اكتب رمز الرسم المناسبة بجانب كل اقتارة :-

1 $f(x) = \log_3(x)$ 2 $f(x) = \log_3(-x)$ 3 $f(x) = -\log_3(x)$



* حدد مجال كل اقتارة لوغاريتمية وحدد خط المقاربة الرأسي :

1 $f(x) = \log_3(x)^2$ 2 $f(x) = \log_3(x^2 - x - 2)$

3 $f(x) = \log_3\left(\frac{x+1}{x-5}\right)$

* الأستاذ علي سيدنا محمد *

* تمارين *
اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي في صورة أسية:

$$\boxed{1} \log_3 729 = 6$$

$$\boxed{2} \log_5 625 = 4$$

$$\boxed{3} \log_{64} 4 = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{4} \log_{64} 8 = 0.5$$

$$\boxed{5} \log_7 1 = 0$$

$$\boxed{6} \log_{43} 43 = 1$$

* اكتب كل معادلة أسية في صورة لوغاريتمية :-

$$\boxed{7} 4^5 = 1024$$

$$\boxed{8} 3^{-4} = \frac{1}{81}$$

$$\boxed{9} 7^3 = 343$$

$$\boxed{10} 5^{-2} = 0.04$$

$$\boxed{11} \quad (32)^1 = 32$$

$$\boxed{12} \quad 8^0 = 1$$

$$\boxed{13} \quad \log_2 64$$

* جرقمة مايلي :-

$$\boxed{14} \quad \log_{81} 9$$

$$\boxed{15} \quad \log_2 32$$

$$\boxed{16} \quad \log_{25} 125$$

$$\boxed{17} \quad \log_{10} 0.001$$

$$\boxed{18} \quad \log_{5/3} 1$$

19 $\log_{\frac{1}{6}} 6$

20 $10^{\log_{10} \frac{1}{9}}$

21 $\frac{1}{\sqrt[3]{(3)^6}}$

22 $\log_b \sqrt[7]{b}$

23 $\log_{10} (1 \times 10^{-5})$

24 $4^{\log_4 3}$

* أعط كل اقتدران بياناً ثم حدد محاله ومداه وقطعيه ونظيره
تقاربه، وحدد إذا كان متناقصاً أم متزايداً:

1. $f(x) = \log_8 x$

$$\boxed{2} \quad g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$$

$$\boxed{3} \quad h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$$

$$\boxed{4} \quad f(x) = \log_a x$$

* حدد مجال كل اقتران لوغاريتمي :-

[1] $f(x) = \log_2(x+3)$ [2] $f(x) = 7 + 2\log_5(x-2)$.

[3] $f(x) = -5\log_7(-x)$.

* تمثّل المعادلة $\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125X$ العلاقة بين
شدة الضوء I وعمق X ، كم تبلغ شدة الضوء في عمق
10m ؟

* فليكن محل الوصول لا السعي *

* الدرس 4 *

* قوانين اللوغاريتمات *

* الأس : الضرب : القسمة : الرفع :

$$b^x \times b^y = \frac{b^x}{b^y} = (b^x)^y =$$

* إذا كانت b, x, y أعداد حقيقية موجبة و P عدد حقيقي فإن :

- قانون الضرب :-

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$$

- قانون القسمة :-

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

- قانون الرفع :

$$\log_b x^p = p \cdot \log_b x$$

* إذا كان $\log_a 3 \approx 1.59$ ، $\log_a 5 \approx 2.32$ جد :

1 $\log_a 15$

2 $\log_a \frac{3}{5}$

3 $\log_a 125$

4 $\log_a \frac{1}{a}$

5 $\log_a 8$

* إذا كان $\log_b 7 \approx 1.21$ ، وكان $\log_b 2 \approx 0.43$ ،
 جرد ما يلي :-

1 $\log_b 14$

2 $\log_b \frac{2}{7}$

3 $\log_b 32$

4 $\log_b \frac{1}{4a}$

* كتابة اللوغاريتمات بالصورة المألوفة :-

- السب كل مقدار لوغاريتمى مما يأتى بالصورة المألوفة ، علماً أن المتغيرات تمثل أعداداً حقيقية :-

$$\boxed{1} \log_5 x^7 \cdot y^2$$

$$\boxed{2} \log_7 \frac{(5x+3)^2}{4}$$

$$\boxed{3} \log_4 \frac{xy^3}{z^2}$$

$$\boxed{4} \log_2 a^2 b^9$$

$$\boxed{5} \log_a \sqrt{\frac{x^2 \cdot y^2}{a^5}}$$

$$\boxed{6} \log_6 \sqrt[3]{\frac{x^7 \cdot b^2}{y^5}}$$

$$\boxed{7} \log_5 \frac{(x+1)^3}{8}$$

$$\boxed{8} \log_3 \frac{x^7 y^3}{z^5}$$

* كتابك اللوغاريتمات بالصورة المختصرة :-
 - اكتب كل مقدار لوغاريتمي بالصورة المختصرة :-

$$\boxed{1} 3\log_2 x + 4\log_2 y$$

$$\boxed{2} 5\log_a + \frac{1}{3}\log_a y - 7\log_a z$$

$$\boxed{3} \log_5 a + 3\log_5 b$$

$$\boxed{4} 5\log_b x + \frac{1}{2}\log_b y - 9\log_b z$$

* في تجربة لتحديد مدى تأثير المدة الزمنية في درجة تذكر الطلبة للمعلومات. تصدقت مجموعة من الطلبة لأختبارهم لأختباران متكافئة لهذا الاختبار، فوجد الباحثون أن النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها أحد الطلبة بعد (t) شهراً من إنهائه دراسة المادة تعطى بالاقتان :-

$$M(t) = 85 - 25 \log_{10}(t+1)$$

* عند النسبة المئوية للمادة التي يتذكرها هذا الطالب بعد (19) شهراً علماً أن $0.3010 \approx \log_{10} 2$

* مثل الاقتان $M(t) = 92 - 28 \log_{10}(t+1)$ النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها طالب من مادة معينة بعد t شهراً، عند النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها هذا الطالب بعد (29) شهراً من إنهائه دراسته علماً أن $0.4771 \approx \log_{10} 3$

* أسئلة : إذا كان $\log_a 5 \approx 0.699$, $\log_a 6 \approx 0.778$ نجد :-

1 $\log_a \frac{5}{6}$

2 $\log_a 30$

3 $\frac{\log_a 5}{\log_a 6}$

4 $\log_a (6a^2)$

5 $\log_a \frac{1}{6}$

6 $\log_a 900$

7 $\log_a \frac{18}{15}$

8 $(\log_a 5)(\log_a 6)$.

9 $\log_a \sqrt[4]{25}$

* اكتب كل مقدار لوغاريتمي بالصورة المأهولة :

1 $\log_a x^2$

2 $\log_a \left(\frac{a}{bc} \right)$

$$\boxed{3} \log_a (\sqrt{x} \cdot \sqrt{y})$$

$$\boxed{4} \log_a \left(\frac{\sqrt{z}}{y} \right)$$

$$\boxed{5} \log_a \frac{1}{x^2 y^2}$$

$$\boxed{6} \log_a \sqrt[5]{32x^5}$$

$$\boxed{7} \log_a \frac{(x^2 y^3)^2}{(x^2 y^3)^3}$$

$$\boxed{8} \log_a (x+y-z)^7$$

$$9 \log_a \sqrt{\frac{x^{12}y}{y^3z^4}}$$

* اكتب كل مقدار لوغاريتمي بالصورة المختصرة :-

$$1 \log_a x + \log_a y$$

$$2 \log_a \frac{1}{\sqrt{x}} - \log_a \sqrt{x}$$

$$\boxed{3} \log_b (x+y) - \log_b (x-y), x > y.$$

$$\boxed{4} \log_a (x^2 - 4) - \log_a (x+2), x > 2.$$

$$\boxed{5} 2\log_b x - 3\log_b y + \frac{1}{3}\log_b z.$$

$$\boxed{6} \log_b 1 + 2\log_b b.$$

* تحلل الاقتاران $f(x) = 29 + 48.8 \log_6(x+2)$ النسبة المئوية
 لحوال الطفل حيث x العمر بالسنوات. بعد النسبة المئوية لحوال
 طفل عمره 10 سنوات من حواله عند البلوغ علماً بأن $\log_6 2 \approx 0.3869$

$$* \text{ أثبت أن } \frac{\log_a 216}{\log_a 36} = \frac{3}{2}$$

$$* \text{ أثبت أن } \log_b(b-3) + \log_b(b^2+3b) - \log_b(b^2-9) = 1 \quad b > 3$$

* تمارين *

إذا كان $\log_a 7 \approx 0.936$ وكان $\log_a 3 \approx 0.528$ حدد مايلي :-

1 $\log_a \frac{3}{7}$

2 $\log_a 21$

3 $\frac{\log_a 3}{\log_a 7}$

4 $\log_a \frac{1}{7}$

5 $\log_a 441$

6 $\log_a \frac{49}{27}$

7 $\log_a (7a^2)$

8 $\log_a \sqrt[4]{81}$

9 $(\log_a 3)(\log_a 7)$

* اكتب كل مقدار لوغاريتمي بالصورة الممثلة :-

1 $\log_a x^7$

2 $\log_a \left(\frac{ac}{b} \right)$

3 $\log_a (\sqrt{x})$

4 $\log_a \frac{1}{x^3 y^4}$

5 $\log_a \left(\frac{\sqrt{xy}}{z} \right)$

6 $\log \sqrt[7]{128x^7}$

$$\boxed{7} \log_a \sqrt{\frac{x^2 \cdot y^3}{z^3}}$$

$$\boxed{8} \log_a (x-y+z)^9, y-x < z$$

* اكتب كل مقدار لوغارتمى بالصورة المختصرة :-

$$\boxed{1} \log_a x - \log_a y$$

$$\boxed{2} \log_b (b-1) + 2 \log_b b$$

$$\boxed{3} \log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\boxed{4} \log_a (x^2-25) - \log_a (x+5)$$

$$\boxed{5} \quad 3\log_b 1 - \log_b b$$

$$\boxed{6} \quad 8\log_b x + 4\log_b y - \frac{1}{2}\log_b z$$

* **محلّ الاقتاران:-** $T(a) = 10 + 20\log_6 (a+1)$ مبيعات شركة بآلاف دنانير من منتج محدد ، حيث (a) المبلغ الذي تنفذه الشركة على الإعلانات $a \geq 0$ ولغني $T(1) \approx 17.7$ أن إنفاق 1000 JD على الإعلانات يحقق إيرادات فتمتصها 17700 من بيع المنتج جد قمتك إيرادات شركة بعد الإنفاق 11 ألف دينار على الإعلانات علمًا أن $\log_6 2 \approx 0.3869$

* **الأحلام تتحقق بالعمل**
ليس بالتحاني *

* الماحولار - اللوغاريتم :-
الدرس " 5 "

- اللوغاريتم الاعتيادي : $y = \log x$

- اللوغاريتم الطبيعي (ln) : $y = \ln x$

* استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد حل مايلي :-

1 $\log 2.7$ 2 $\log (1.3 \times 10^5)$ 3 $\ln 17$

4 $\log 13$ 5 $\log (3.1 \times 10^4)$ 6 $\ln 0.25$

* إذا كان a, b, x أعداد حقيقية موجبة فإن :

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

* بجد قمية حايي إلى أقرب جزء من مئة :-

[1] $\log_3 16$

[2] $\log_{\frac{1}{2}} 10$

[3] $\log_3 51$

[4] $\log_{\frac{1}{2}} 13$

* المعادلات الأسية: $x = y \rightarrow a^x = a^y$

مثال: $3^{2x} = 81$ جد x :-

* خاصية المساواة اللوغاريتمية:

- إذا كان $b > 0$ ، $y > 0$ ، $x > 0$ ، $b \neq 1$ فإن:

$\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا $x = y$.

* حل المعادلات الأسية الآتية مقرباً إلى أقرب منزلتين عشريتين :-

1 $2^x = 13$

2 $5e^{3x} = 125$

3 $2^{x+4} = 5^{3x}$

4 $9^x + 3^x - 30 = 0$

$$\boxed{5} \quad 7^x = 9$$

$$\boxed{6} \quad 2e^{5x} = 64$$

$$\boxed{7} \quad 7^{2x+1} = 2^{x-4}$$

$$\boxed{8} \quad 4^x + 2^x - 12 = 0$$

* قَدَّر عدد سكان العالم بنحو 6.5 مليار نسمة عام 2006
 ومُحِلَّ الاقتاران:

$$p(t) = 6.5 (1.014)^t$$

عدد سكان العالم بعد (t) عام منذ عام 2006 بعد كم
 سنة من عام 2006. بعد كم سنة من عام 2006 سيبلغ
 عدد سكان العالم (13) مليار نسمة ؟

* بعد كم سنة من عام 2006 سيبلغ عدد سكان العالم
 "9" مليار نسمة ؟

* التسويق يَقتل أحلامك *

* الأُسْطَلَة :-
جد قِمْية مايلي :

[1] $\log_3 33$

[2] $\log_{\frac{1}{3}} 17$

[3] $\log_6 5$

[4] $\log_7 \frac{1}{7}$

[5] $\log 1000$

[6] $\log_3 15$

* أْحْلِ المعادلات الأسية مقرباً إِجابتي لأقرب 4 منازل

[1] $6^x = 121$

[2] $-3e^{4x} = -27$

$$\boxed{3} \quad 5^{7x-2} = 3^{2x}$$

$$\boxed{4} \quad 2(9)^x = 32$$

$$\boxed{5} \quad 25^x + 5^x - 42 = 0$$

$$\boxed{6} \quad 27^{2x+3} = 2^{x-5}$$

* أودعت سمية مبلغ P في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر 5% :

a بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ حتى المبلغ الأصلي ؟

b بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي ؟

* تناقصت أعداد حيوان كوالا في إحدى الغابات وفق الاقتار $-0.078t$

حيث $N = 873e$ العدد المتبقى منه بعد t سنة.

بعد كم سنة يصبح في الغابة 97 حيواناً من الكوالا ؟

* جد قيمة K ، h إذا وقعت النقطة $(-2, K)$ والنقطة $(h, 100)$ على منحنى الاقتارات :-
 $f(x) = e^{0.5x+3}$

* أ حل المعادلة : $3^x + \frac{4}{3^x} = 5$

* تمارين :-

جد قيمة حلّ ممايلي :-

1 $\log_5 27$

2 $\log_{\frac{1}{4}} 19$

3 $\log_7 8$

4 $\log_8 \frac{1}{8}$

5 $\log 1000$

6 $\log_3 18$

* أحلّ المعادلات الأسية مقرباً إجابتي إلى آخر ب "4" منازل عشرية :

$$\boxed{1} \quad 5^x = 120$$

$$\boxed{2} \quad -4e^{-4x} = -64$$

$$\boxed{3} \quad 3^{2x+1} = 7^{5x}$$

$$\boxed{4} \quad 7(4)^x = 49$$

$$\boxed{5} \quad 64^x + 2(8)^x - 3 = 0$$

$$\boxed{6} \quad 21^{x-1} = 3^{7x+1}$$

* تمثّل المعادلة $T = 27 + 219e^{-0.032t}$ درجة حرارة معدن بالسلسيوس بعد « t » دقيقة من بدء تبريده ، متى تصبح درجة حرارة المعدن 100°C ؟

* توصلت دراسة إلى أن عدد الأرناب في محمية طبيعية يتزايد وفق الاقتاران $N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ ، حيث N عدد الأرناب في محمية بعد « t » سنة :

- a] جد عدد الأرناب في المحمية عند بدء الدراسة
- b] بعد كم سنة يصبح عدد الأرناب في المحمية 700 أرناب ؟