

خطة الانقاذ

جيل 2006

الفصل
الأول



أ. عبد الرحمن قنبر

الرياضيات الأدبي

الوحدة الأولى

الاقتارات الأسية و اللوغاريتمية

➤ أجب عن الأسئلة الآتية:

1. حدّد إذا كانت الإقتارات الآتية أسية أم غير أسية مع بيان السبب:

1. $f(x) = 12^x$

2. $f(x) = -(4)^x$

3. $f(x) = (7)^{x+2}$

4. $f(x) = \left(-\frac{1}{8}\right)^x$

5. $f(x) = (0)^x$

6. $f(x) = (-2)^x$

7. $f(x) = (11)^x$

8. $f(x) = x^3$

9. $f(x) = \left(\frac{2}{9}\right)^x$

2. جد ناتج ما يلي:

(a) إذا كان: $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ، جد $f(-2)$.

(b) إذا كان: $f(x) = (5)^{-x}$ ، جد ما يلي:

1. $f(-1) =$

2. $f(0) =$

(c) إذا كان: $f(x) = 9(7)^{x-1}$ ، جد $f(1)$.

3. جد مجال و مدى و خط التقارب الأفقي و حدّد إذا كان الاقتران متزايدًا أم متناقصًا:

a) $f(x) = 5(3)^{x+1}$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 4$

c) $f(x) = -8(4)^{-x}$

d) $f(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x$

e) $f(x) = 4(2)^{x-2} + 5$

4. أجب عمّا يلي:

(a) إذا كان: $f(x) = 2(2)^x$ ، جد قيمة الاقتران إذا كان $x = 3$.

(b) جد قيمة x فيما يلي:

• $135 = 5(3)^x$

• $320 = 20(0.5)^x$

• $64 = (0.125)^x$

➤ يمثل الاقتران: $f(x) = 200(2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في عينة مختبرية حيث x الزمن بالساعات، جد:

(a) عدد الخلايا في العينة بعد 3 ساعات.

(b) بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا 3200 خلية؟



➤ في دراسة شملت أحد مزارع الأبقار، تبين أن عدد الأبقار في المزرعة يزداد بنسبة 8%، علمًا بأن عدد الأبقار عند بدء الدراسة هو 1000 بقرة:
(a) اكتب اقتران يمثل عدد الأبقار بعد t سنة.

(b) جد عدد الأبقار بعد 6 سنوات.

➤ استخدم 35 ألف شخص موقعًا إلكترونيًا تعليميًا هذه السنة و من المتوقع أن يزداد هذا العدد بنسبة 3% كل سنة:
(a) اكتب اقتران النمو الأسّي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة.

(b) جد عدد المستخدمين بعد 7 سنوات.

➤ تتناقص كتلة $10g$ من عنصر الكروم بنسبة 4.25% يوميًا نتيجة تفاعله مع الهواء:
(a) اكتب اقتران الإضمحلال الأسّي الذي يمثل كمية الكروم (بالغرام) بعد t يومًا.

(b) جد كمية الكروم (بالغرام) بعد 3 أيام.

➤ اكتب كل معادلة لوغاريتمية بالصورة الأسية:

- a) $\log_2 16 = 4$
b) $\log\left(\frac{1}{100}\right) = -2$
c) $\log_{36} 6 = 0.5$
d) $\log_7 343 = 3$

➤ اشترت مرام سيارة قابلة للشحن بمبلغ $28500 JD$ ، إذا كان ثمن السيارة يقل بنسبة 5% سنويًا، فأجب عن السؤالين الآتيين:
(a) اكتب اقتران الإضمحلال الأسّي لثمن السيارة بعد t ثانية.

(b) جد ثمن السيارة بعد 5 سنوات.

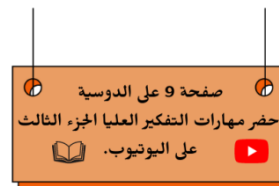
➤ استثمر ربيع مبلغ $1400 JD$ في شركة بنسبة ربح مركب تبلغ 12% تضاف كل شهر:
(a) جد جملة المبلغ بعد 4 سنوات.
(b) جد الربح.

➤ استثمر سليمان مبلغ $10000 JD$ في شركة صناعية بربح مركب تبلغ نسبته 10% تضاف كل 3 أشهر، جد جملة المبلغ بعد 5 سنوات.

➤ أودع سليم مبلغ $6300 JD$ في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقداره 3.5%، جد جملة المبلغ بعد 9 سنوات.

➤ أودع حسام مبلغ $10000 JD$ في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقداره 2.8%، جد جملة المبلغ بعد 7 سنوات.

5. يمثل الاقتران: $f(x) = 300(2)^{\frac{x}{3}}$ عدد خلايا البكتيريا بعد x ساعة في تجربة مختبرية:
(a) جد عدد الخلايا عند بدء التجربة.
(b) جد عدد الخلايا بعد 12 ساعة.
(c) بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا 4800؟



➤ في الاقتران التالي: $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ ، أوجد:

- (a) المجال.
- (b) المدى.
- (c) المقطع مع محور x .
- (d) المقطع مع محور y .
- (e) هل الاقتران متزايد أم متناقص.
- (f) خطوط التقارب.
- (g) ارسم منحنى الاقتران.

➤ جد مجال و خط تقارب كل مما يلي:

- a) $\log_3(2x^2 - 5x + 3)$
- b) $\log_2\left(\frac{x+2}{x-3}\right)$
- c) $\log(x^2 - 16)$
- d) $5 - 2 \log(x + 1)$

➤ جد قيمة a التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_a x$ يمر بالنقطة $(256, 4)$.

➤ جد قيمة c التي تجعل منحنى الاقتران $f(x) = \log_c x$ يمر بالنقطة $\left(\frac{1}{4}, -2\right)$.

➤ إذا كان: $\log_a 3 \approx 0.528$ ، $\log_a 7 \approx 0.936$ جد ما يلي:

- a) $\log_a \frac{9}{49}$
- b) $\log_a \sqrt[4]{81}$
- c) $\frac{\log_a 3}{\log_a 7}$
- d) $\log_a(7a^2)$

➤ اكتب كل معادلة أسية في ما يلي بالصورة اللوغاريتمية:

- a) $(25)^{\frac{1}{2}} = 5$
- b) $(5)^{-4} = \frac{1}{625}$
- c) $(17)^1 = 19$
- d) $(6)^0 = 1$

➤ جد قيمة ما يلي:

- a) $\log_8 \sqrt{8}$
- b) $\log_{16} 4$
- c) $\log_{13} \sqrt{13}$
- d) $\log_{25} 5$

➤ جد قيمة ما يلي:

- a) $\log_8 1$
- b) $\log_{32} 1$
- c) $\log_{\sqrt{7}} \sqrt{7}$
- d) $\log_x x$
- e) $\log 0.0001$
- f) $\log 0.01$
- g) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$
- h) $\log_x \sqrt[5]{x}$
- i) $7^{\log_8 5}$
- j) $0.5^{\log_{0.5} 4}$

➤ في الاقتران التالي: $f(x) = \log_3 x$ ، أوجد:

- (a) المجال.
- (b) المدى.
- (c) المقطع مع محور x .
- (d) المقطع مع محور y .
- (e) هل الاقتران متزايد أم متناقص.
- (f) خطوط التقارب.
- (g) ارسم منحنى الاقتران.

➤ إذا علمت أن: $\log 6 = k$ و $\log 121 = m$
جد حل المعادلة الأسية بدلالة m, k
 $6^x = 121$

➤ حل المعادلات الأسية الآتية:

a) $-4e^{4x} = -64$

b) $7(4)^x = 49$

c) $3^{2x+1} = 7^{5x}$

d) $21^{x-1} = 3^{7x+1}$

e) $27^{2x+3} = 2^{x-5}$

f) $5e^{3x} = 125$

➤ حل المعادلات الأسية الآتية:

a) $81^x - 9^x - 12 = 0$

b) $4^x + 2^x - 12 = 0$

➤ أودعت سهى مبلغ P في حساب بنكي بنسبة ربح
مركب مستمر مقدارها 5%، جد:

a) بعد كم سنة يصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ
الأصلي.

b) بعد كم سنة يصبح جملة المبلغ ثلاثة أمثال
المبلغ الأصلي.

➤ اكتب ما يلي بالصورة المطولة:

a) $\log_a \frac{ac}{b}$

b) $\log \frac{1}{x^3 g^4}$

c) $\log \sqrt{\frac{x^2 g^3}{z^3}}$

d) $\log \sqrt{\frac{x^4 g^6}{z}}$

➤ اكتب ما يلي بالصورة المختصرة:

a) $\log_a x - \log_a g$

b) $\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}}$

c) $\log_a (x^2 - 16) - \log(x + 4)$

d) $3 \log_a 1 - \log_a a$

➤ إذا كان: $\log_5 4 = k$ ، فاكتب قيمة ما يأتي
بدلالة k :

a) $\log_5 k$

b) $\log_5 0.25$

➤ جد قيمة:

a) $\log_7 8$

b) $\log_3 16$

c) $\log_{\frac{1}{2}} 10$

d) $\log_5 27$



الوحدة الثانية

التفاضل

➤ إذا كان: $g(1) = -3$, $g'(1) = 6$, $h(3) = 1$
فجد مشتقة كل مما يلي عند $x = 3$

a) $f(x) = g(h(x))$

b) $f(x) = (h(x))^3$

➤ يمثل الاقتران: $P(t) = \sqrt{10t^2 + 2t + 229}$
اجمالي الأرباح السنوية لإحدى لاشركات
الصناعية (بآلاف الدنانير) حيث t عدد السنوات
بعد عام 2015، جد معدل تغير إجمالي الأرباح
السنوي للشركة عام 2020.

➤ إذا كان: $f(5) = 2$, $f'(5) = 4$, $g(5) = -3$
 $g'(5) = 1$ ، جد ما يلي:

a) $(f + g)'(5)$

b) $(3f - 2g)'(5)$

c) $(f \times g)'(5)$

d) $\left(\frac{5}{f}\right)'(5)$

➤ جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي:

1. $y = 7x^3 + 2x^2 - 90$

2. $y = 2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[7]{x^2}$

3. $y = 2x^{-3}(x^2 + 3x)$

4. $y = \frac{-7}{x^3 - x}$

5. $y = \frac{5x^2 + 3x}{2}$

6. $y = \frac{x^3}{2x^2 - 7}$

7. $y = (3x^2 - 2)^5$ عند $x = 3$

8. $y = \sqrt[4]{x^2 - 2x}$

➤ تتناقص أعداد الكوالا في إحدى الغابات وفق
الاقتران: $N = 873e^{-0.078t}$ ، حيث N العدد
المتبقي من هذا الحيوان بعد t سنة، بعد كم
سنة يصبح في الغابة 97 حيواناً؟

➤ يمثل الاقتران: $P(t) = 200e^t$ ، عدد أسماك
السلمون في نهر بعد t سنة من بدء الدراسة:
(a) جد عدد أسماك السلمون في النهر عند بدء
الدراسة.

(b) بعد كم سنة يصبح عدد أسماك السلمون في
النهر 4000 سمكة.



3. $y = 2x^{-4}(x^2 + 3x)$

4. $y = \frac{-5}{x^2 - x}$

5. $y = \frac{3x^2 - 5x - 7}{2}$

6. $y = \frac{x^2}{3x^3 - 5x}$

7. $y = (x^2 - 3x)^5$

8. $y = \sqrt[3]{x^2 + 15x}$

9. $y = \sqrt{2x^2 + 3x}$

10. $y = \cos 4x^2$

11. $y = \sin^3 4x^2$

12. $y = x^{-3}(x^2 - 2x)^2$

13. $y = 5u^2 + 3u, u = x^3 + 1$

➤ يمثل الاقتران $C(x) = 1000\sqrt{x^2 + 0.1x}$

تكلفة إنتاج x قطعة من منتج معين (بآلاف الدنانير)، جد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المنتجة عندما يكون عدد القطع 20 قطعة.

14. $f(x) = \frac{x + \cos x}{\sin x}$

15. $f(x) = \cos(x^2 - 9x + 12)$

16. $f(x) = \sin \sqrt{x}$

17. $f(x) = \ln(\sin x)$

18. $f(x) = \cos^3 3x \cos x$

19. $f(x) = \sqrt{x + 1} - \sin \frac{\pi x}{2}$

➤ يمثل الاقتران: $h(t) = 85 \sin \frac{\pi}{5}(t - 5) + 20$

الارتفاع بالأقدام لشخص يتسلق جبل حيث t الزمن بالثواني، جد معدل تغير ارتفاع الشخص بالنسبة إلى الزمن t .

9. $y = \sqrt{5x^2 - 8x^3}$

10. $y = \cos 10x^2$

11. $y = \sin^5 2x^3$

12. $y = x^{-3}(x^2 - 5x)^4$

13. $y = \sqrt[3]{2u + 5}, u = x^2 - x$

14. $y = 3u^2 - 5u + 2, u = x^2 - 1, x = 4$ عند

➤ جد مشتقة كل مما يأتي:

1. $f(x) = 2e^x - 5e^{4x}$

2. $f(x) = x^{10}e^x$

3. $f(x) = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{x-11}}$

4. $f(x) = (3e^{3x} - 1)^2$

5. $f(x) = x^2 \ln x$

6. $f(x) = x^2 \ln(4x)$

7. $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

8. $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 1}$

9. $f(x) = \ln(e^x - 8)$

10. $f(x) = \frac{\sin x}{2} + 5 \cos x$

11. $f(x) = 7 \sin x - 9 \cos x$

12. $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

13. $f(x) = e^x \cos x$

➤ تمثل المعادلة $T(t) = 18 + 12e^{0.002t}$

درجة حرارة جهاز بعد t ساعة:

(a) جد معدل تغير درجة الحرارة بالنسبة إلى الزمن t .

(b) جد معدل تغير درجة الحرارة بعد 5 ساعات من بدء التشغيل.

➤ جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي:

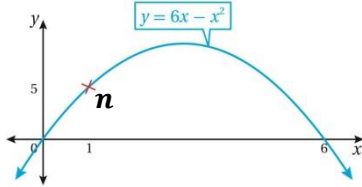
1. $y = 12x^2 + 3x - 7$

2. $y = 4\sqrt[5]{x} + 8\sqrt[3]{x^2}$



➤ جد إحداثي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى الاقتران $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$ التي يكون عندها المماس أفقي.

➤ يبين الشكل منحنى الاقتران $f(x) = 6x - x^2$:



جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة n .

➤ جد المشتقة الثانية لكل مما يلي:

1. $f(x) = x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \sin x$

2. $f(x) = e^x + x^2$

3. $f(x) = 5 \ln x - 2x^3$

4. $f(x) = x^3(x+2)^6$

5. $f(x) = \sin x^2$

6. $f(x) = x^7 - \frac{8}{x}$

7. $f(x) = \frac{1}{2x-4}$, $x = 4$

➤ إذا كان $f(x) = Lx^3 - 6x^2$ ، وكانت $f''(2) = 0$ ، فجد قيمة الثابت L .

➤ إذا كان: $f(x) = ax^4 - 3x^2$ ، وكانت $f''(2) = 42$ فجد قيمة الثابت a .

الوحدة الثالثة

تطبيقات التفاضل

➤ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة المعطاة:

a) $f(x) = x^3 - 4x + 5$, $(1, 2)$

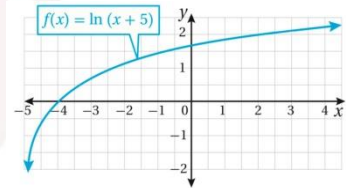
b) $f(x) = x + e^x$, $(0, 1)$

c) $f(x) = (x-2)e^x$, $x = 2$

• جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x) = nx^3$ عند النقطة $(1, 0)$.

➤ يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران:

$f(x) = \ln(x+5)$



(a) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع محور x .

(b) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند نقطة تقاطعه مع محور y .

➤ جد إحداثي النقطة الواقعة على منحنى الاقتران $f(x) = \sqrt{x}$ التي يكون عندها ميل المماس $\frac{1}{2}$.

➤ جد إحداثي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى الاقتران: $f(x) = -x^3 + 6x^2$ ، التي يكون عندها المماس أفقي.



➤ جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة:

$y^3 + xy = 2$ ، عند النقطة $(1, 1)$.

➤ إذا كان: $y^2 + xy + x^2 = 7$ ، فجد معادلة

العمودي على المماس عند النقطة $(3, 5)$.

➤ تتناقص أطوال أضلاع مكعب بمعدل 6 cm/s ،

جد معدل تغير حجم المكعب عندما يكون طول

ضلعه 20 cm ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين

حجم المكعب (V) و طول ضلعه x :

هي: $V = x^3$

➤ يزداد نصف قطر فقاعة صابون كروية الشكل

بمعدل 0.25 m/s ، جد سرعة زيادة مساحة

سطح الفقاعة عندما يكون طول نصف قطرها

5 cm ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين مساحة

سطح الفقاعة (A) و نصف قطرها (r) هي:

$A = 4\pi r^2$

➤ يخرج هواء من منطاد كروي الشكل بمعدل ثابت

مقداره $0.5 \text{ cm}^3/\text{s}$ جد معدل تناقص نصف

قطر المنطاد عند اللحظة التي يكون فيها نصف

القطر 2.5 m ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين

حجم المنطاد (V) و نصف قطره (r) هي:

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

➤ جد المشتقة الثانية لكل مما يلي:

1. $f(x) = 7x^3 - 9$

2. $f(x) = 4e^{3x}$

3. $f(x) = (x - 1)(3x + 2)$

4. $f(x) = \frac{4}{\sqrt{3x-2}}$ ، عند $x = 1$

5. $f(x) = e^x \sin x$

➤ يمثل الاقتران: $s(t) = t^3 - 4t^2 + 5t, t \geq 0$

موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم:

(a) ما سرعة الجسيم المتجهة عندما $t = 3$ ؟

(b) في أي اتجاه يتحرك الجسيم عندما $t = 3$ ؟

(c) ما تسارع الجسيم عندما $t = 3$ ؟

(d) جد قيم t التي يكون عندها الجسيم في حالة السكون.

➤ تتحرك سيارة سباق في مسار مستقيم باستعمال

الاقتران: $s(t) = 6t^2 - 2t$ ، جد:

(a) السرعة المتجهة بعد 5 ثوانٍ من بدء الحركة.

(b) جد التسارع بعد 5 ثوانٍ من بدء الحركة.

(c) جد قيم t التي تكون فيها السيارة ساكنة.

➤ إذا كان: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ،

فاستعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم

القصوى المحلية.

➤ استعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم

القصوى المحلية (إن وجدت):

a) $f(x) = 30 + 12x - x^2 - \frac{x^3}{3}$

b) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 2$

أساس



@أ. عبد الرحمن قنبر