

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٤ التكميلي

(وثيقة محمية/محمود)

مدة الامتحان: $\frac{3}{4}$: $\frac{3}{4}$ س

رقم المبحث: 117

المبحث: الرياضيات (الورقة الثانية، ف٢)

اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠٢٥/٠١/٠٢

رقم النموذج: (١)

الفرع: العلمي + الصناعي جامعات

رقم الجلوس:

اسم الطالب:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5)؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علماً أن عدد صفحات الامتحان (8).

السؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي، ثم ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتمساب علامتك في هذا السؤال، علماً أن عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أن رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و (b) يقابله (ب)، و (c) يقابله (ج)، و (d) يقابله (د).

(1) قيمة: $\int_1^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4} dx$ هي:

- a) $\frac{-3}{2 \ln 2}$
 b) $\frac{3}{2 \ln 2}$
 c) $\frac{-1}{2 \ln 2}$
 d) $\frac{1}{2 \ln 2}$

(2) ناتج: $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ هو:

- a) $2 \tan 2x + C$
 b) $-2 \tan 2x + C$
 c) $2 \cot 2x + C$
 d) $-2 \cot 2x + C$

(3) ناتج: $\int \frac{3x}{1-2x^2} dx$ هو:

- a) $\frac{3}{4} \ln |1 - 2x^2| + C$
 b) $-\frac{3}{4} \ln |1 - 2x^2| + C$
 c) $\frac{3}{2} \ln |1 - 2x^2| + C$
 d) $-\frac{3}{2} \ln |1 - 2x^2| + C$

(4) ناتج: $\int \frac{(x+1)^4 - 21}{(x^2 + 2x + 1)^2} dx$ هو:

a) $x - \frac{21}{x^2 + 2x + 1} + C$

b) $x + \frac{21}{x^2 + 2x + 1} + C$

c) $x - \frac{7}{(x+1)^3} + C$

d) $x + \frac{7}{(x+1)^3} + C$

(5) قيمة: $\int_{-2}^2 |x + 1| dx$ هي:

a) 1

b) 4

c) 5

d) 6

(6) في دراسة تناولت أحد أنواع الحيوانات المُهدَّدة بالانقراض، تبيَّن أنَّ عدد حيوانات هذا النوع $P(t)$ يتغيَّر بمعدَّل $P'(t) = -0.42 e^{-0.06 t}$ ، حيث t الزمن بالسنوات منذ بدء الدراسة. إذا كان عدد الحيوانات عند بدء الدراسة يساوي 548 ، فإنَّ قاعدة الاقتران $P(t)$ هي:

a) $P(t) = 70 e^{-0.06 t} + 541$

b) $P(t) = 7 e^{-0.06 t} + 541$

c) $P(t) = 70 e^{-0.06 t} + 478$

d) $P(t) = 7 e^{-0.06 t} + 548$

(7) يتحرك جسم في مسار مستقيم، وتُعطى سرعته بالاقتران $v(t) = \sin\left(\frac{t}{2}\right)$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته بالمتر لكل ثانية. إذا بدأ الجسم حركته من نقطة الأصل، فإنَّ موقعه بعد 2π ثانية من بدء الحركة هو:

a) $\frac{1}{2}$ m

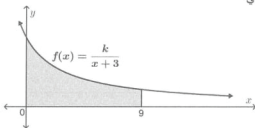
b) 2 m

c) 4 m

d) 6 m

الصفحة الثالثة/ نموذج (١)

(8) يُبين الشكل الآتي منحنى الاهتران $f(x)$ ، إذا كانت مساحة المنطقة المظللة تساوي $\ln 16$ وحدة مربعة، فإن قيمة الثابت k هي:



- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{2}$
- c) 1
- d) 2

(9) ناتج: $\int \frac{e^x}{(1-e^x)^3} dx$ هو:

- a) $\frac{1}{2(1-e^x)^2} + C$
- b) $\frac{-1}{2(1-e^x)^2} + C$
- c) $\frac{2}{(1-e^x)^2} + C$
- d) $\frac{-2}{(1-e^x)^2} + C$

(10) قيمة: $\int_0^1 x^3 \sqrt[3]{(x-1)^2} dx$ هي:

- a) $\frac{9}{40}$
- b) $-\frac{9}{40}$
- c) $\frac{3}{5}$
- d) $-\frac{3}{5}$

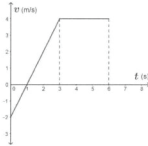
(11) ناتج: $\int \frac{2x+1}{x-x^2} dx$ هو:

- a) $\ln |x| + 3 \ln |1-x| + C$
- b) $\ln |x| - 3 \ln |1-x| + C$
- c) $\ln |x - x^2| + C$
- d) $-\ln |x - x^2| + C$

الصفحة الرابعة/نموذج (١)

(12) يُبين الشكل الآتي منحنى السرعة - الزمن لجسم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية $[0, 6]$.

إذا بدأ الجسم الحركة من $x = 3$ عندما $t = 0$ ، فإن المسافة التي قطعها الجسم في الفترة الزمنية المُعطاة هي:



- a) 15 m
- b) 18 m
- c) 16 m
- d) 17 m

(13) إذا كانت: $A(12, 8, -5)$ ، $B(-3, 6, 7)$ ، فإن متجه الإزاحة من النقطة B إلى النقطة A هو:

- a) $\langle 9, 14, 2 \rangle$
- b) $\langle 9, -2, 12 \rangle$
- c) $\langle -15, -2, 12 \rangle$
- d) $\langle 15, 2, -12 \rangle$

(14) إذا كانت: $A(-8, 5, 7)$ ، $B(6, 3, -5)$ ، وكانت N نقطة منتصف \overline{AB} ، فإن مقدار متجه الموقع للنقطة N هو:

- a) $3\sqrt{2}$
- b) $2\sqrt{3}$
- c) $2\sqrt{6}$
- d) $6\sqrt{2}$

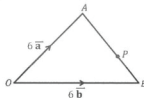
(15) إذا كانت: $P(12, 2, 5)$ ، $Q(7, -8, 1)$ ، $R(3, 2, k)$ ، وكانت $\overline{PQ} = \overline{QR}$ ، فإن قيم k الممكنة هي:

- a) $-2, 12$
- b) $-12, 2$
- c) $-6, 4$
- d) $-4, 6$

(16) في المثلث OAB الآتي، تقع النقطة P على \overline{AB} ، حيث $AP : PB = 2 : 1$.

إذا كان: $\overrightarrow{PO} = k(\vec{a} + 2\vec{b})$ ، فإن قيمة الثابت k هي:

- a) 2
- b) -2
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $-\frac{1}{2}$



الصفحة الخامسة/نموذج (١)

(17) إذا كان: $\vec{m} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ ، $\vec{n} = \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$ ، فإنّ ناتج: $3\vec{m} - 4\vec{n}$ هو:

- a) $\begin{pmatrix} -27 \\ -32 \\ -12 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} -27 \\ -32 \\ 36 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 29 \\ 38 \\ -34 \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} 29 \\ 38 \\ -2 \end{pmatrix}$

(18) إذا كان المستقيم l يوازي المتجه: $\vec{a} = -\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ، ويمرّ بنقطة متجه الموقع لها: $\vec{b} = 16\hat{j} - 3\hat{k}$ ، فإنّ للمستقيم l معادلة متجهة تُمثله هي:

- a) $\vec{r} = \langle 16, 0, -3 \rangle + t \langle -1, 3, 1 \rangle$
- b) $\vec{m} = \langle -1, 3, 1 \rangle + t \langle 16, 0, -3 \rangle$
- c) $\vec{n} = \langle 0, 16, -3 \rangle + t \langle -1, 3, 1 \rangle$
- d) $\vec{q} = \langle -1, 3, 1 \rangle + t \langle 0, 16, -3 \rangle$

(19) إذا كانت: $\vec{r} = \langle -2, 2, -1 \rangle + t \langle 1, 2, -1 \rangle$ تُمثّل معادلة متجهة للمستقيم l ، وكانت النقطة: $(-4a, a - 3, a)$ تقع على المستقيم l ، فإنّ قيمة الثابت a هي:

- a) 1
- b) -2
- c) -1
- d) 2

(20) إذا كان قياس الزاوية بين \vec{a} و \vec{b} هو 45° ، وكان: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 18$ ، وكان: $|\vec{a}| = 6$ ، فإنّ مقدار \vec{b} هو:

- a) 3
- b) $3\sqrt{2}$
- c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- d) $18\sqrt{2}$

الصفحة السادسة/نموذج (١)

(21) ألقى حجر نرد منتظم ذو ثمانية أوجه مُرقَّمة بالأعداد من 1 إلى 8 عشوائيًا بشكل مُتكرَّر حتى ظهور العدد 5 ، فإن احتمال إلقائه 3 مرات هو :

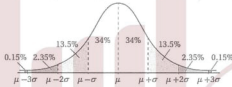
- a) $\frac{49}{64}$
b) $\frac{1}{16}$
c) $\frac{49}{512}$
d) $\frac{7}{512}$

(22) إذا كان: $X \sim B(10, 0.3)$ ، فإن التباين للمتغير العشوائي X هو :

- a) 2.1
b) 0.21
c) 3
d) 7

(23) إذا كان: $X \sim N(12, 16)$ ، فإن $P(8 < x < 20)$ هو :

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من القاعدة التجريبية في الشكل الآتي.



- a) 0.950
b) 0.680
c) 0.815
d) 0.475

(24) إذا علمت أن: $P(Z < 2.25) = 0.9878$ ، و $P(Z < 1) = 0.8413$ ، فإن مساحة المنطقة المظللة

أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري المبينة في الشكل الآتي هي:



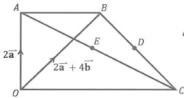
- a) 0.8944
b) 0.1465
c) 0.4878
d) 0.2426

(25) إذا كان: $X \sim N(5, 9)$ ، فإن قيمة x التي تحقق $P(X < x) = 0.25$ هي:

- a) 7.01
b) 11.03
c) 2.99
d) 1.03

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول التالي الذي يُعَمِّل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي.

| z | 0 | 0.6 | 0.67 | 0.7 | 0.77 |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $P(Z < z)$ | 0.5000 | 0.7257 | 0.7486 | 0.7580 | 0.7794 |



(14 علامة)

(a) في الشكل المجاور $OABC$ شبه منحرف فيه:

$\vec{OA} = 2\vec{a}$ و $\vec{OB} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ ، والنقطة E هي منتصف \vec{AC} ،

والنقطة D هي منتصف \vec{BC} ، و $\vec{OC} = 2\vec{AB}$.

أثبت باستعمال المتجهات أن: \vec{ED} يوازي \vec{OC} .

(b) إذا كانت: $A(9, 1, 4)$ ، و $B(8, 18, 2)$ ، فجد مساحة المثلث OAB ، حيث O نقطة الأصل.

(10 علامات)

(c) إذا كانت: $\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + 10\hat{k} + t(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$ معادلة متجهة للمستقيم l ، والنقطة $P(3, 4, 1)$ غير واقعة على المستقيم l ، فحدّد مسقط العمود من النقطة P على المستقيم l .

(10 علامات)

(a) يواجه الطيارون صعوبة في الرؤية باحتمال 0.2 عند الهبوط في أحد المطارات خلال فصل الشتاء بسبب سوء الأحوال الجوية. فإذا هبط طيار 10 مرّات في هذا المطار خلال فصل الشتاء، فجد كلاً ممّا يأتي:

(1) احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤية خلال الهبوط في مرّتين على الأقل.

(قرب الناتج لأقرب منزلتين عشريتين).

(2) العدد المتوقّع من المرّات التي سيواجه فيها الطيار صعوبة في الرؤية خلال الهبوط.

(10 علامات)

(b) يدلّ المتغيّر العشوائي الطبيعي $X \sim N(60, \sigma^2)$ على كتل الطلبة (بالكيلوغرام) في إحدى المدارس الأساسية.

إذا زادت كتل 11% فقط منهم على 68 kg، فجد الانحراف المعياري (σ) لكتل طلبة المدرسة.

(قرب الناتج لأقرب منزلتين عشريتين).

(10 علامات)

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول التالي الذي يمثّل بعضاً من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

| z | 0 | 1.2 | 1.22 | 1.23 | 1.24 | 1.3 |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $P(Z < z)$ | 0.5000 | 0.8849 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.9032 |

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

منصة أساس التعليمية

أ. عامر الحطيطية

| السؤال | الإجابة |
|--------|---------|
| 16 | b |
| 17 | c |
| 18 | c |
| 19 | a |
| 20 | b |
| 21 | c |
| 22 | a |
| 23 | c |
| 24 | b |
| 25 | c |

| السؤال | الإجابة |
|--------|---------|
| 1 | b |
| 2 | d |
| 3 | b |
| 4 | d |
| 5 | c |
| 6 | b |
| 7 | c |
| 8 | d |
| 9 | a |
| 10 | a |
| 11 | b |
| 12 | d |
| 13 | d |
| 14 | a |
| 15 | d |

$$a) \int \frac{\csc^2 x}{2 - (1 + \cot^2 x)} dx = \int \frac{\csc^2 x}{1 - \cot^2 x} dx \quad \boxed{1} \quad \boxed{a}$$

$$u = \cot x \rightarrow du = -\csc^2 x \cdot dx \rightarrow dx = \frac{du}{-\csc^2 x}$$

$$= \int \frac{\csc^2 x}{1 - u^2} \frac{du}{-\csc^2 x} = \int \frac{1}{u^2 - 1} du \quad \text{كوسيلة}$$

$$\frac{1}{u^2 - 1} = \frac{A}{u - 1} + \frac{B}{u + 1} = \frac{A(u + 1) + B(u - 1)}{(u - 1)(u + 1)}$$

$$\Rightarrow A(u + 1) + B(u - 1) = 1$$

$$u = 1 \Rightarrow 2A = 1 \rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$u = -1 \Rightarrow -2B = 1 \rightarrow B = -\frac{1}{2}$$

$$= \int \frac{\frac{1}{2}}{u - 1} du + \int \frac{-\frac{1}{2}}{u + 1} du$$

$$= \frac{1}{2} \ln |u - 1| - \frac{1}{2} \ln |u + 1| + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln |\cot x - 1| - \frac{1}{2} \ln |\cot x + 1| + C$$

(2) (a)

$\int e^{3x} \cos 5x \, dx$ أجزاء مرتبة

$u = e^{3x} \rightarrow du = 3e^{3x} dx$

$dv = \cos 5x \, dx \rightarrow v = \frac{\sin 5x}{5}$

$\int e^{3x} \cos 5x \, dx = \frac{1}{5} e^{3x} \sin 5x - \int \frac{3}{5} e^{3x} \sin 5x \, dx$

لأجزاء مرة أخرى

$u = \frac{3}{5} e^{3x} \rightarrow du = \frac{9}{5} e^{3x} dx$

$dv = \sin 5x \, dx \rightarrow v = -\frac{\cos 5x}{5}$

$\int e^{3x} \cos 5x \, dx = \frac{1}{5} e^{3x} \sin 5x - \left(\frac{3}{25} e^{3x} \cos 5x + \int \frac{9}{25} e^{3x} \cos 5x \, dx \right)$

$\int e^{3x} \cos 5x \, dx = \frac{1}{5} e^{3x} \sin 5x - \frac{3}{25} e^{3x} \cos 5x - \frac{9}{25} \int e^{3x} \cos 5x \, dx$

نقل

$\frac{34}{25} \int e^{3x} \cos 5x \, dx = \frac{1}{5} e^{3x} \sin 5x - \frac{3}{25} e^{3x} \cos 5x$

$\int e^{3x} \cos 5x \, dx = \frac{25}{34} \left(\frac{1}{5} e^{3x} \sin 5x - \frac{3}{25} e^{3x} \cos 5x \right) \quad \text{يا}$

(ب)

$$\frac{1}{4}x^3 = 3x - x^2$$

نجد التقاطع

$$x^3 = 12x - 4x^2 \Rightarrow x^3 + 4x^2 - 12x = 0$$

$$x(x^2 + 4x - 12) = 0$$

$$x(x-2)(x+6) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x=0 & x=2 & x=-6 \end{array}$$

$$A = \int_0^2 \left(3x - x^2 - \frac{1}{4}x^3 \right) dx$$

$$= \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{1}{16}x^4 \right) \Big|_0^2 = 6 - \frac{8}{3} - 1 = \frac{7}{3}$$

منصة أساس التعليمية

$$V = \pi \int_0^3 (\sqrt{3x} - x^2) dx$$

$$= \pi \int_0^3 (3x - x^2) dx$$

$$= \pi \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3$$

$$= \pi \left(\left(\frac{27}{2} - 9 \right) - (0) \right) = \pi \left(\frac{9}{2} \right) = \frac{9}{2} \pi$$

(a) إيجاد تقاطع

$$\sqrt{3x} = x$$

$$3x = x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 3 \end{array}$$

(b)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{y^2} - \frac{1}{y^2} + 2xy + y$$

نخرج عوامل مشتركة

$$= \frac{-1}{y^2} (2x+1) + y(2x+1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{-1}{y^2} + y \right) (2x+1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{-1+y^3}{y^2} \right) (2x+1)$$

$$\frac{y^2}{-1+y^3} dy = (2x+1) dx$$

$$\int \frac{y^2}{y^3-1} dy = \int (2x+1) dx$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{3y^2}{y^3-1} dy = \int (2x+1) dx$$

$$\ln|y^3-1| = x^2+x+C$$

$$\ln|2-1| = 1+1+C$$

$$y(1) = \sqrt[3]{2} \quad \text{كنه}$$

$$0 = 2+C \Rightarrow C = -2$$

$$\Rightarrow \ln|y^3-1| = x^2+x-2$$

$$\vec{OA} = 2\vec{a}$$

$$\vec{OB} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$$

$$\vec{OC} = 2\vec{AB} = 2(\vec{AO} + \vec{OB}) = 2(-2\vec{a} + 2\vec{a} + 4\vec{b}) = 8\vec{b} \Rightarrow \vec{AB} = 4\vec{b}$$

$$\vec{ED} = \vec{EA} + \vec{AB} + \vec{BD}$$

$$= -\frac{1}{2}\vec{AC} + 4\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{BC}$$

$$= -\frac{1}{2}(\vec{AO} + \vec{OC}) + 4\vec{b} + \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AO} + \vec{OC})$$

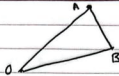
$$= -\frac{1}{2}(-2\vec{a} + 8\vec{b}) + 4\vec{b} + \frac{1}{2}(-4\vec{b} - 2\vec{a} + 8\vec{b})$$

$$= -\cancel{\vec{a}} - 4\vec{b} + 4\vec{b} - 2\vec{b} - \cancel{\vec{a}} + 4\vec{b} = 2\vec{b}$$

$$\frac{\vec{OC}}{\vec{ED}} = \frac{4\vec{b}}{2\vec{b}} = 2$$

$$\vec{ED} \text{ يوازي } \vec{OC}$$

[6]



$$\vec{OA} = \langle 9, 1, 4 \rangle$$

$$\vec{OB} = \langle 8, 18, 2 \rangle$$

$$|\vec{OA}| = \sqrt{81 + 1 + 16} = \sqrt{98}$$

$$|\vec{OB}| = \sqrt{64 + 324 + 4} = \sqrt{392} = \sqrt{4(98)} = 2\sqrt{98}$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 72 + 18 + 8 = 98$$

$$\cos \theta = \frac{98}{2\sqrt{98}\sqrt{98}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \sqrt{98} (2\sqrt{98}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 49\sqrt{3}$$

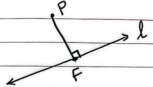
منصة أساس التعليمية

$$\vec{r} = \langle 1, -4, 10 \rangle + t \langle 1, -1, 3 \rangle$$

(C)

$$\vec{r} = \langle 1+t, -4-t, 10+3t \rangle$$

نعرف سطح الحدود، النقطة P هي النقطة F الواقعة على



$$\vec{r} = \langle 1+t, -4-t, 10+3t \rangle$$

$$\vec{PF} \cdot \langle 1, -1, 3 \rangle = 0$$

\vec{PF} يعامد المتوازي لـ l

$$\langle -2+t, -8-t, 9+3t \rangle \cdot \langle 1, -1, 3 \rangle = 0$$

$$-2+t+8+t+27+9t=0$$

$$11t+33=0 \rightarrow t=-3$$

$$F = (-2, -1, 1)$$

(أ) هذا توزيع ذات الحدين

$$n = 10$$

$$p = 0.2 \quad 1-p = 0.8$$

$$x = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(0) - P(1)$$

$$= 1 - \binom{10}{0} (0.2)^0 (0.8)^{10} - \binom{10}{1} (0.2)^1 (0.8)^9$$

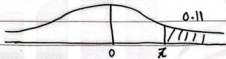
$$= 1 - (0.8)^{10} - 2 (0.8)^9$$

$$E(X) = np = 10 \left(\frac{2}{10}\right) = 2 \quad (2)$$

$$\mu = 60, \quad \sigma = 8$$

(ب)

$$P(Z > z) = 0.11$$



$$1 - P(Z < z) = 0.11$$

z موبية

$$P(Z < z) = 1 - 0.11 = 0.8900$$

$$Z = 1.22$$

من الجدول المعياري

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

لكن

$$1.22 = \frac{68 - 60}{\sigma} \Rightarrow 1.22 \sigma = 8$$

$$\sigma = \frac{8}{1.22} \approx 6.56$$