

الوحدة الثانية : التفاضل

1 جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

a) $f(x) = \sqrt{7-x}$

b) $f(x) = 3(5+9x)^3$

c) $f(x) = \frac{-2}{(2x-5)^2}$

d) $f(x) = \frac{1}{(4x+1)^2}$, $x = \frac{1}{4}$

e) $f(x) = 5x^3 + (x-3)^4$, $x = 3$

f) $f(u) = 2u^3 + 3u^2$, $u = x + \sqrt{x}$, $x = 1$

2 إذا كان: $h(5) = -2$, $h'(5) = 6$

جد مشتقة كل $g(-2) = 8$, $g'(-2) = 4$

مما يأتي عندما $x = 5$:

a) $f(x) = g(h(x))$

b) $f(x) = 4(h(x))^2$

3 يمثل الاقتران $N(t) = 1000 \left(1 - \frac{3}{t^2+50}\right)$

عدد الخلايا البكتيرية بعد t يوماً في مجتمع بكتيري،
جد:

(a) معدل تغير N بالنسبة إلى الزمن t .

(b) معدل تغير N بالنسبة إلى الزمن t عندما $t = 1$.

4 جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

a) $f(x) = 2x(1+3x^2)^3$

b) $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$

c) $f(x) = \frac{1}{5-x} + 5x^4$

d) $f(x) = \frac{3x+5}{(x+1)^2}$

e) $f(x) = x^5\sqrt{10x+6}$, $x = 1$

f) $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x+4}}$, $x = 12$

5 إذا كان: $g'(0) = 2$, $g(0) = -1$

جد: $f(0) = 5$, $f'(0) = -3$

a) $(fg)'(0)$

b) $\left(\frac{f}{g}\right)'(0)$

c) $(7f + 2fg)'(0)$



d) $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

e) $f(x) = \cos(\ln x)$

f) $f(x) = \ln(\cos x - \sin x)$

g) $f(x) = \frac{x \sin x}{1+x}$

h) $f(x) = \frac{\cos x}{1-\sin x}$

i) $C(t) = 300 + 200 \sin(0.3(t - 6))$

j) $C(t) = 30 + 21.6 \sin\left(\frac{2\pi t}{365} + 10.9\right)$

جد مشتقة كل مما يلي: 6

a) $f(x) = e^{3x+9}$

b) $f(x) = (e^x + 2)(e^x - 1)$

c) $f(x) = (9x - 1)e^{3x}$

d) $f(x) = e^x \ln x^2$

e) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

f) $f(x) = \ln(x^2 + 1) \quad x = 3$

7 يمثل الاقتران: $N(t) = 1000 \left(30 + e^{\frac{-t}{30}}\right)$

عدد الخلايا البكتيرية بعد t ساعة في مجتمع :

a) جد العدد الأولي للخلايا البكتيرية في المجتمع.

b) جد معدل تغير عدد الخلايا البكتيرية بالنسبة إلى الزمن.

c) جد معدل نمو المجتمع بعد 20 ساعة.

جد مشتقة كل مما يلي: 8

a) $f(x) = k^3 - 2$

b) $f(x) = \sin(6 - 6x)$

c) $f(x) = \sin^3(5x - 1)$



* الوحدة الثانية « التفاضل » *

1] a) $f(x) = \sqrt{7-x}$
 $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{7-x}}$

b) $f(x) = 3(5+9x)^3$
 $= 3 \cdot 3(5+9x)^2(9)$
 $= 81(5+9x)^2$

c) $f(x) = \frac{-2}{(2x-5)^2} = -2(2x-5)^{-2}$
 $f'(x) = 4(2x-5)^{-3}(2)$
 $f'(x) = \frac{8}{(2x-5)^3}$

d) $f(x) = \frac{1}{(4x+1)^2}$, $x = \frac{1}{4}$
 $f(x) = (4x+1)^{-2}$
 $f'(x) = -2(4x+1)^{-3}(4)$
 $f'(x) = \frac{-8}{(4x+1)^3} = \frac{-8}{(4 \cdot \frac{1}{4} + 1)^3} = -1$

e) $f(x) = 5x^3 + (x-3)^4$, $x=3$
 $f'(x) = 15x^2 + (4)(x-3)^3(1)$
 $f'(3) = 15 \cdot 9 + 4(3-3)^3(1)$
 $= 135$ #

2] $f(u) = 2u^3 + 3u^2$, $u = x + \sqrt{x}$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$
 $= 6u^2 + 6u \times 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $= 6(x+\sqrt{x})^2 + 6(x+\sqrt{x}) \times 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $= 6(2)^2 + 6(2) \times 1 + \frac{1}{2}$
 $24 + 12 \times \frac{3}{2}$
 $\frac{36}{1} \times \frac{3}{2} = \boxed{54}$

2] a) $f(x) = g(h(x))$
 مشتقوا فشتو هنر فشتو حشوتو
 $f'(x) = g'(h(x)) h'(x)$
 $= g'(h(5)) (h'(5))$
 $= g'(-2) \times 6$
 $= 4 \times 6 = \boxed{24}$

b) $f(x) = 4(h(x))^2$ قوس عليه قوة
 $f'(x) = 8(h(x))' h'(x)$
 $f'(5) = 8(h(5))' h'(5)$
 $8 \times -2 \times -6$
 $= 96$

(1)

$$3] N(t) = 1000 \left(1 - \frac{3}{t^2 + 50}\right) = 1000 - \frac{3000}{t^2 + 50}$$

$$a] N'(t) = 0 - \frac{-3000 \times 2t}{(t^2 + 50)^2} = \frac{6000t}{(t^2 + 50)^2}$$

$$b] N'(1) = \frac{6000 \times 1}{(1)^2 + 50)^2} = \frac{6000}{2601} = 2.307$$

$$4] a] f(x) = 2x(1 + 3x^2)^3$$

$$f'(x) = (2)(1 + 3x^2)^3 + (3(1 + 3x^2)^2(6x))(2x)$$

$$= 2(1 + 3x^2)^3 + 36x^2(1 + 3x^2)^2 \neq$$

$$b] f(x) = \frac{x-2}{x+2}$$

$$f'(x) = \frac{(1)(x+2) - (1)(x-2)}{(x+2)^2} = \frac{\cancel{x} + 2 - \cancel{x} + 2}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4}{(x+2)^2} \neq$$

$$c] f(x) = \frac{1}{5-x} + 5x^4$$

$$f'(x) = \frac{-1 \times -1}{(5-x)^2} + 20x^3 = \frac{1}{(5-x)^2} + 20x^3$$

$$d] f(x) = \frac{3x+5}{(x+1)^2} \Rightarrow f(x) = (3x+5)(x+1)^{-2}$$

$$f'(x) = (3)(x+1)^{-2} + (-2(x+1)^{-3}(1))(3x+5)$$

$$= \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{-2(3x+5)}{(x+1)^3} = \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{-6x-10}{(x+1)^3}$$

(2)

e) $f(x) = x^5 \sqrt{10x+6}$, $x=1$

$$f'(x) = (5x^4)(\sqrt{10x+6}) + \left(\frac{10}{2\sqrt{10x+6}}\right)(x^5)$$

$$= (5(1)^4)(\sqrt{10(1)+6}) + \left(\frac{10}{2\sqrt{10 \times 1 + 6}}\right)(1)$$

$$= 5 \times 4 + \frac{5}{4} = \frac{4 \times 20}{4 \times 1} + \frac{5}{4}$$

$$= \boxed{\frac{85}{4}}$$

f) $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x+4}}$, $x=12$

$$f'(x) = \frac{(1)(\sqrt{x+4}) - \left(\frac{1}{2\sqrt{x+4}}\right)(x+3)}{(\sqrt{x+4})^2}$$

$$f'(12) = \frac{\sqrt{16} - \left(\frac{1}{2\sqrt{16}}\right)(15)}{16} = \frac{4 - \frac{15}{8}}{16}$$

$$= \boxed{\frac{17}{128}} \quad \text{or} \quad \boxed{0.1328}$$

5 a) $(fg)'(0) = (f'(0)(g(0)) + (g'(0))(f(0)))$

$$= (-3)(-1) + (2)(5) = \boxed{13}$$

b) $\left(\frac{f}{g}\right)'(0) = \frac{(f'(0)(g(0)) - (g'(0))(f(0)))}{(g(0))^2}$

$$= \frac{(-3)(-1) - (2)(5)}{(-1)^2} = \frac{3-10}{1} = \boxed{-7}$$

c) $(7f + 2fg)'(0) = 7f'(0) + 2(f'(0)(g(0)) + (g'(0))(f(0)))$

$$= 7 \times -3 + 2(13) = -21 + 26$$

(3)

5

$$b) a) F(x) = e^{3x+9} \rightarrow F'(x) = 3e^{3x+9}$$

$$b) F(x) = (e^x + 2)(e^x - 1) \xrightarrow{\text{نجز}} e^{2x} - e^x + 2e^x - 2 = e^{2x} + e^x - 2$$

$$F'(x) = 2e^x + e^x$$

طريقة أخرى $F'(x) = (e^x)(e^x - 1) + (e^x)(e^x + 2)$

$$\begin{aligned} \text{رتب} &= e^{2x} - e^x + e^{2x} + 2e^x \\ &= 2e^{2x} + e^x \quad \# \end{aligned}$$

ملاحظة
في حال الضرب
تجمع الأسس

$$c) F(x) = (9x - 1)e^{3x}$$

$$\begin{aligned} F'(x) &= (9)(e^{3x}) + (3e^{3x})(9x - 1) \\ &= 9e^{3x} + 27e^{3x}x - 3e^{3x} \end{aligned}$$

$$d) F(x) = e^x \ln x^2$$

$$F'(x) = (e^x)(\ln x^2) + \left(\frac{2x}{x^2}\right)(e^x)$$

$$F'(x) = e^x \ln x^2 + \frac{2e^x}{x}$$

$$e) F(x) = \ln(x-1) - \ln(x)$$

$$F'(x) = -\frac{1}{x}$$

$$f) F(x) = \ln(x^2 + 1), \quad x = 3$$

$$F'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} = \frac{6}{10} = 0.6$$

(4)

$$7] N(t) = 1000 \left(30 + e^{-\frac{t}{30}} \right) \rightarrow N(t) = 30000 + 1000 e^{-\frac{t}{30}}$$

$$a] N(0) = 30000 + 1000 e^{\frac{0}{30}} = 31000$$

$$b] N'(t) = -\frac{1}{30} * 1000 e^{-\frac{t}{30}} = -\frac{100}{3} e^{-\frac{t}{30}}$$

$$c] N'(20) = -\frac{100}{3} e^{-\frac{20}{30}} = -17.11$$

$$8] a] F(x) = x^3 - 2$$

$$F'(x) = 0$$

$$b] F(x) = \sin(6 - 6x)$$

$$F'(x) = -6 \cos(6 - 6x)$$

$$c] F(x) = (\sin(5x - 1))^3$$

~~$$F'(x) = 3 \sin^2(5x - 1) \cos(5x - 1) * 5$$~~

$$F'(x) = 3 (5 \sin(5x - 1))^2 (5 \cos(5x - 1))$$

$$F'(x) = 15 \sin^2(5x - 1) \cos(5x - 1)$$

$$d] F(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$F'(x) = 0$$

نقطه هزده تساوی ۱ ←

$$e] F(x) = \cos(\ln x)$$

$$F'(x) = -\sin(\ln x) * \frac{1}{x}$$

$$F'(x) = -\frac{1}{x} \sin(\ln x)$$

$$f) F(x) = \ln(\cos x - \sin x)$$

$$F'(x) = \frac{-\sin x - \cos x}{\cos x - \sin x}$$

$$g) g(x) = \frac{x \sin x}{1+x}$$

$$g'(x) = \frac{((1)(\sin x) + (\cos x)(x))(1+x) - (1)(x \sin x)}{(1+x)^2}$$

$$h) f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

$$f'(x) = \frac{(-\sin x)(1 - \sin x) - (-\cos x)(\cos x)}{(1 - \sin x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\sin x + \sin^2 x + \cos^2 x}{(1 - \sin x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \sin x}{(1 - \sin x)^2} = \frac{\cancel{1 - \sin x}}{(\cancel{1 - \sin x})(1 - \sin x)} = \frac{1}{1 - \sin x}$$

$$i) c(t) = 300 + 200 \sin(0.3t - 1.8)$$

$$c'(t) = 200 \cos(0.3t - 1.8) * 0.3 = 60 \cos(0.3t - 1.8)$$

$$\text{OR} = 60 \cos(0.3(t - 6))$$

$$j) c(t) = 30 + 21.6 \sin\left(\frac{2\pi t}{365} + 10.9\right)$$

$$c'(t) = \frac{2\pi}{365} * 21.6 \cos\left(\frac{2\pi}{365} t + 10.9\right) \rightarrow \frac{43.2\pi}{365} \cos\left(\frac{2\pi}{365} t + 10.9\right)$$

(6)