

الرياضيات

الأدبي



جيل
الأبطال

أ.فهد السلامة

المكتف
مجاني

الفصل الأول

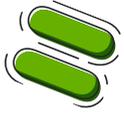
توجيهي

2007

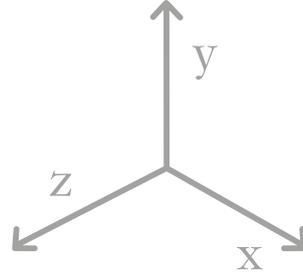


0790 943 489

6

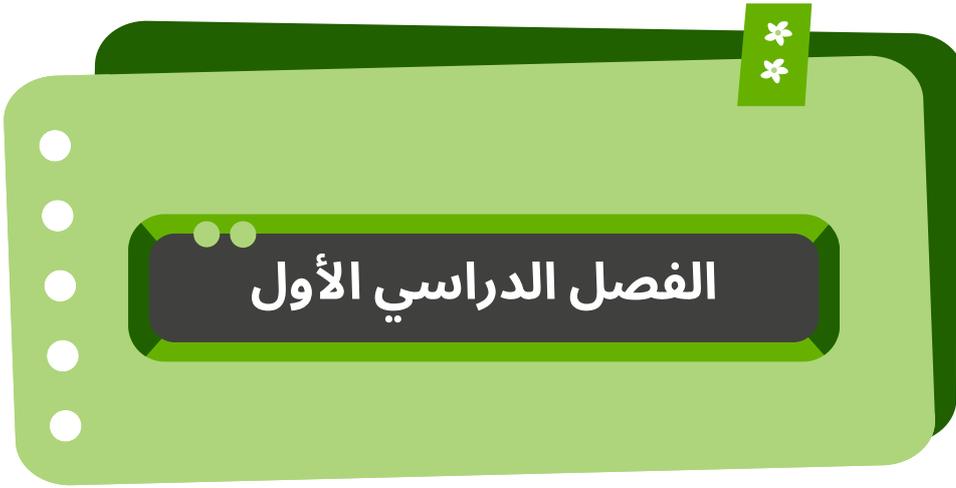


$$\pi = 3,14$$



7

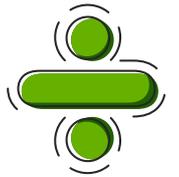
$$x^2$$



الوحدة الأولى: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

$$\sqrt[n]{a}$$

الوحدة الثانية: التفاضل



الوحدة الثالثة: تطبيقات التفاضل

3



$$a^2 + b^2 = c^2$$

X

س: أجد خط التقارب الأفقي لكل اقتران ثم حدد المجال والمدى وبين إذا كان متزايد أم متناقص:

1 $f(x) = 7(4)^{-x} - 8$

2 $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{x-4}$

3 $f(x) = 12 - (3)^{x+1}$

س: يمثل الاقتران $P(t) = 100(0.4)^t$ النسبة المئوية للمتعافين من مرض ما، حيث تعافى أشخاص بعد (t) من التشخيص الأولي للمريض:

1 ما النسبة المئوية للمتعافين بعد سنة واحدة.

2 بعد كم سنة تصبح النسبة المئوية للمتعافين هي 16%.

الاقترانات الأسية

الوحدة 1

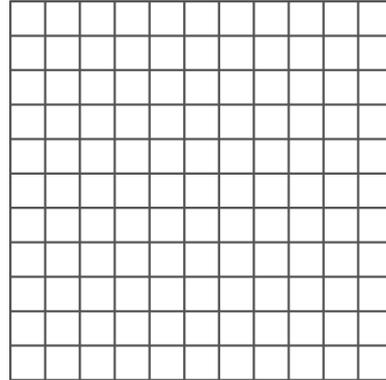
س: أجد قيمة كل اقتران عند قيم x المعطاة:

1 $f(x) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^x, x = 3$

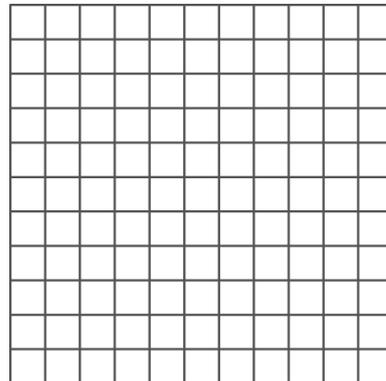
2 $f(x) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^x, x = 3$

س: أمثل الاقتران بيانيًا ثم حدد المجال والمدى:

1 $f(x) = 2(8)^x$



2 $f(x) = 7^{-x}$



س: بلغ عدد سكان غزة نحو 2.2 ملايين نسمة عام 2020 إذا كانت نسبة النمو السكاني نحو 6.4% سنويًا، فجد العدد التقريبي للسكان عام 2030.

س: توصل الباحثون إلى أن عدد الأسماك في البحيرة يقل بنسبة 24% كل سنة:

- 1 أكتب اقتران الاضمحلال الأسّي الذي يمثل عدد الأسماك في البحيرة بعد t سنة، علماً بأن عددها عند بدء الدراسة هو 1400 سمكة.
- 2 أجد عدد الأسماك في البحيرة بعد سنتين.

س: يتناقص ثمن سيارة سعرها JD 19725 بنسبة 3% سنويًا.

- 1 أكتب اقتران الاضمحلال الأسّي لثمن السيارة بعد t سنة.
- 2 أجد ثمن السيارة بعد 5 سنوات.

س: يمثل الاقتران $f(x) = 400(2)^{\frac{x}{2}}$ عدد الخلايا البكتيرية بعد x ساعة في تجربة مخبرية:

- 1 جد عدد الخلايا البكتيرية عند بدء التجربة.
- 2 بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا 102400.

النمو والاضمحلال الأسّي

س: استخدم 25 ألف شخص موقعًا إلكترونيًا تعليميًا هذه السنة، ومن المتوقع أن يزداد هذا العدد بنسبة 2% كل سنة فجد ما يلي:

- 1 أكتب اقتران النمو الأسّي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة.
- 2 جد عدد مستخدمي الموقع بعد 4 سنوات.

س: وجد باحث أنه يمكن تمثيل العدد التقريبي للذباب بالاقتران: $P(t) = 30 \cdot e^{0.2t}$ حيث P عدد الذباب بعد t ساعة. أجد عدد ذباب الفاكهة بعد 48 ساعة من بدء الدراسة، مقرباً إيجابتي إلى أقرب عدد صحيح.

س: إذا كان الاقتران $A(t) = 120(1.04)^t$ يمثل اقتران النمو فجد ما يلي:

1 نسبة النمو الأسي.

2 عامل النمو.

س: استثمر عامر مبلغ JD 8000 في شركة صناعية، بنسبة ربح مركب تبلغ 5.5% وتضاف كل شهر:

1 أكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة.

2 أجد جملة المبلغ بعد 3 سنوات.

س: استثمر أحمد مبلغ JD 8400 بنسبة ربح مركب تبلغ 6.2% وتضاف كل يوم:

1 أكتب صيغة تمثل جملة المبلغ بعد t سنة.

2 أجد جملة المبلغ بعد 6 سنوات.

س: أودعت ليلى مبلغ JD 60000 في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 6% أجد جملة المبلغ بعد 15 سنة.

قوانين اللوغاريتمات

$$1 \quad \log_a(x - y) = \log_a x + \log_a y$$

$$2 \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$3 \quad \log_a x^y = y \times \log_a x$$

س: إذا كان $\log_a 6 \approx 0.926$ و $\log_a 4 \approx 0.524$ فجد ما يلي:

$$1 \quad \log_a 24$$

$$2 \quad \log_a\left(\frac{6}{4}\right)$$

$$3 \quad \log_a 576$$

$$4 \quad \log_a(a^2 \times 4)$$

س: أجد مجال كل اقتتان لوغاريتمي في ما يلي:

$$1 \quad f(x) = -40 \log_6(-x)$$

$$2 \quad f(x) = 12 + 6 \log(4 - 2x)$$

$$3 \quad f(x) = \log_5(x^2 - 16)$$

س: إذا كان $A(t) = 10 + 60 \log_3(t + 1)$ فجد: $A(26)$.

س: اكتب كل مقدار لوغاريتمي معايلي بالصورة المختصرة:

1 $6 \times \log_a x - 4 \times \log_a y$

2 $\log_b(b - 2) + 2 \times \log_b b, b > 1$

3 $\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}}$

4 $\log_a(x^2 - 25) - \log_a(x + 5), x > 5$

س: اكتب كل مقدار لوغاريتمي معايلي بالصورة المطولة:

1 $\log_a \left(\frac{ac}{b} \right)$

2 $\log_a \frac{1}{x^2 \times y^3}$

3 $\log_a \sqrt[6]{64x^6}$

4 $\log_a \sqrt{\frac{x^2 \times y^3}{z^3}}$

3 $4^{2x+1} = 7^{5x}$

4 $64^x + 2(8)^x - 3 = 0$

س: تمثل المعادلة $T = 27 + 219e^{-0.032t}$ درجة حرارة معدن بعد t دقيقة من بدء تبريده، متى تصبح درجة حرارة المعدن 100 درجة.

س: اذا كان الاقتران $T(a) = 10 + 30 \log_6(a + 1)$ يمثل مبيعات الشركة حيث (a) المبلغ بالآلاف فجد ايرادات الشركة بعد انفاق 11 ألف دينار علماً ان $\log_6 2 = 0.329$.

المعادلات الأسية

س: حل المعادلات الأسية الآتية:

1 $-4e^{6x} = -48$

2 $7(4)^x = 49$

س: توصلت دراسة الى ان عدد الدجاج في حظيرة يتزايد وفق المعادلة: $N(t) = \frac{2000}{1+3e^{-0.05t}}$ حيث N عدد الدجاج :

1 جد عدد الدجاج في الحظيرة عند بدء الدراسة.

2 بعد كم سنة يصبح عدد الدجاج في الحظيرة 700 دجاجة.

س: يمثل الأقتران: $P(t) = 200e^t$ عدد اسماك السلمون P في نهر بعد t سنة من بدء الدراسة:

1 اجد عدد أسماك السلمون في النهر عند بدء الدراسة.

2 بعد كم سنة يصبح عدد أسماك السلمون في النهر 400 سمكة.

سهل النجاح في هذا الوقت لان الجميع متكاسل

قاعدة السلسلة

س: أجد مشتقة كل مما يأتي:

1 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{16 - x^2}$

2 $f(x) = x^6 + (400 - x)^2$

3 $f(x) = \frac{4}{\sqrt{3-x^2}}$

4 $f(x) = \frac{1}{(x^2-6)^3}$

التفاضل

الوحدة 2

س: جد مشتقة ما يلي:

1 $f(x) = 12x^{\frac{4}{3}}$

2 $y = \frac{7}{x^3} + \frac{3}{x} - 2$

3 $f(x) = x^2(x^3 - 2x)$

4 $f(x) = \frac{2x-8}{x^2}$

5 $y = \sqrt{x} + 6\sqrt{x^3} + 5$

5 $f(x) = u^3 - 5(u^3 - 7u)^2, u = \sqrt{x}, x = 4$

س: جد مشتقة كل ما يأتي عند قيم x المعطاة:

1 $f(x) = x^2 \times \sqrt{10x + 8x}, x = 8$

2 $f(x) = 6x^3 + (x - 2)^4, x = 2$

3 $y = u^3 - 7u^2, u = x^2 + 3, x = 1$

4 $f(x) = 2u^3 + 3u^2, u = x + \sqrt{x}, x = 1$

س: توصلت دراسة أن مقدار التلوث في إحدى البحيرات يعطى بالاقتران: $P(t) = \left(t^{\frac{1}{4}} + 3\right)^3$ حيث t الزمن .

1 أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بالنسبة إلى الزمن t .

2 أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بعد 16 عامًا.

$$3 \quad f(x) = \frac{x-2}{x+2}$$

$$4 \quad f(x) = \frac{x^3-1}{x^2+1} + 4x^5$$

$$5 \quad f(x) = \frac{3x+5}{(x+1)^2}$$

$$6 \quad f(x) = \frac{1}{x-4}$$

$$7 \quad f(x) = (3x^5 - x^2) \left(x - \frac{5}{x}\right)$$

س: اذا كان: $g(-2) = 8, h(5) = -2, h'(5) = 6$
 $g'(-2) = 4$ فجد مشتقة كل اقتران مما يلي عندما
 $x = 5$

$$1 \quad f(x) = g(h(x))$$

$$2 \quad f(x) = 4(h(x))^2$$

مشتقتا الضرب والقسمة

س: أجد مشتقة كل مما يأتي:

$$1 \quad f(x) = 2x(1 + 4x^2)^6$$

$$2 \quad f(x) = (\sqrt{x} - 1)(x^2 + 4)$$

2 $y = 5u^2 + 3u - 1, u = \frac{18}{x^2+5}, x = 2$

س: جد مشتقة كل اقتران عند قيم x المعطاة:

1 $f(x) = x^2 \times \sqrt{10x+6}, x = 1$

2 $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x+4}}, x = 12$

س: يمثل عدد سكان حي صغير بالاقتران:
 $A(t) = 40 - \frac{6}{t+1}$ حيث t الزمن بالسنوات و A
عدد السكان:

1 جد معدل نمو السكان بالحي بالنسبة إلى
الزمن t .

2 جد معدل نمو السكان بالحي عندما $t = 9$.

س: استعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما
يأتي عند قيم x المعطاة:

1 $y = \frac{1}{u+1}, u = x^3 - 2x + 5, x = 0$

3 $\left(\frac{f}{g}\right)'(0) =$

4 $(7f + 2f \times g)'(0) =$

س: إذا كان: $f(2) = 3, g(2) = 1, g'(2) = 2$
فجد ما يلي: $f'(2) = -4$

1 $(f \times g)'(2) =$

2 $\left(\frac{f}{g}\right)'(2) =$

3 $(2f - 4f \times 9)'(2) =$

س: يمثل الاقتران: $P(t) = 1000\left(8 - \frac{4}{t^2+12}\right)$
الخلايا البكتيرية بعد t يوماً في مجتمع.

1 جد معدل معدل تغير P بالنسبة إلى الزمن t .

2 جد معدل تغير N بالنسبة إلى الزمن t عندما
 $t = 1$.

س: إذا كان: $f(0) = 5, g(0) = -1, g'(0) = 2$
فجد ما يلي: $f'(0) = -3$

1 $(f \times g)'(0) =$

2 $(g \cdot f(0))' =$

5 $f(x) = 2e^{x^2+8} \times \sqrt{e^x + 1}$

6 $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

7 $f(x) = (6 + 2x) \times \ln x$

8 $f(x) = x^4 \times \ln(2x)$

9 $f(x) = e^x \times \ln x^2$

مشتقة الاقتران الأسّي واللوغاريتمي

س: جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

1 $f(x) = x^{10} \times e^x$

2 $f(x) = (9x - 1) \times e^{6x}$

3 $f(x) = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{x+1}}$

4 $f(x) = \frac{(e^x+2)^3}{x}$

س: يمكن نمذجة اعلانات شركة بالاقتران:

$$N(a) = 2000 + 700 \times \ln a, a \geq 1$$

الذي يمثل مبيعات المنتج حيث a المبلغ المنفق:

1 جد معدل التغير لعدد المبيعات بالنسبة للمبلغ a .

2 جد معدل تغير عدد الوحدات المباعة عندما $a = 10$.

س: جد مشتقة كل اقتران عند قيم x المعطاة:

1 $f(x) = x^2 \times e^{-1}, x = -1$

2 $f(x) = \ln(x^2 + 1), x = 3$

س: يمثل الاقتران: $N(t) = 1000 \left(5 + e^{-\frac{t}{30}}\right)$ عدد الخلايا البكتيرية في عينة:

1 أجد العدد الأولي للخلايا البكتيرية في العينة.

2 أجد معدل تغير لعدد الخلايا البكتيرية بالنسبة الى الزمن.

3 أجد معدل تغير عدد الخلايا البكتيرية بعد 20 ساعة.

6 $f(x) = \sin^5 x \times \cos 3x$

7 $f(x) = \sin\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right)$

8 $f(x) = 4\sqrt{\cos x + \sin x}$

9 $f(x) = \ln(\cos x - \sin x)$

10 $f(x) = \frac{x \times \sin x}{1+2x}$



مشتقتنا اقتران الجيب والجتا



س: أجد مشتقة كل اقتران مما يلي:

1 $f(x) = \sin(x^2 - 6x + 8)$

2 $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

3 $f(x) = 2x^3 \times \sin x - 3x \times \cos x$

4 $f(x) = \sin^4(5x - 2)$

5 $f(x) = \cos(1 - 2x)^4$

تطبيقات التفاضل

الوحدة 3

• ميل المنحنى:

س: إذا كان الاقتران: $f(x) = x^2 + x + 1$:1 جد ميل المنحنى $f(x)$ عند النقطة $(1,3)$.2 جد قيمة x التي يكون عندها ميل منحنى الاقتران صفراً.

مشتقتا الضرب والقسمة

س: جد معادلة المماس لمنحنى كل اقتران عند النقطة المعطاة:

1 $f(x) = 2x^3 + 6x + 10, (-1,2)$ 2 $f(x) = 4\sqrt{x}, (9,12)$

س: يمثل الاقتران:

$$P(t) = 400 + 100 \times \sin(0.4(t - 2))$$

عدد الحيوانات في احد الغابات بعد t سنة من بدء الدراسة، جد معدل التغير لعدد الحيوانات بالنسبة للزمن.

س: يمثل الاقتران:

$$A(t) = 20 + 21.6 \times \sin\left(\frac{2\pi t}{365} + 4.2\right)$$

الاستهلاك اليومي للوقود حيث t الزمن، جد معدل تغير استهلاك السيارة للوقود بالنسبة للزمن t .

الانضباط هو انك تعمل الحاجة الي بتكرهها كإنك بتحبهها

س: جد معادلة العمودي على المماس عند قيم x المعطاة:

1 $f(x) = 5x^3 + x^2 - 2, (-1, -6)$

2 $f(x) = 2x^2(6 - x), x = 5$

3 $f(x) = \frac{e^x}{x+4}, (0, \frac{1}{4})$

4 $f(x) = x^2 - \frac{8}{\sqrt{x}}, (4, 12)$

5 $f(x) = \ln(x + 5)$ جد معادلة العمودي عند نقطة تقاطعه مع المحور y .

س: جد معادلة المماس عند قيم x المعطاة:

1 $f(x) = \sqrt[3]{x}, x = 8$

2 $f(x) = \frac{8}{\sqrt{x+11}}, x = 5$

المشتقة الثانية والسرعة التسارع

تذكر أن :

1 الجسم يتحرك بالاتجاه الموجب عند $v(t) > 0$

2 الجسم يتحرك بالاتجاه السالب عند $v(t) < 0$

3 الجسم في حالة سكون عند $v(t) = 0$

س: جد المشتقة الثانية لكل اقتران مما يأتي:

1 $f(x) = \frac{2}{x^3}$

2 $f(x) = \sqrt{x}$

3 $f(x) = \sin x^2$

س: جد إحدائيي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى الاقتران: $f(x) = 20x^3 - 3x^5$ التي يكون عندها المماس أفقيًا.

س: جد إحدائيي النقطة على منحنى الاقتران: $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - 10x$ التي يكون عندها المماس 6.

$$2 \quad f(x) = \frac{4}{\sqrt{3x-2}}, x = 2$$

س: إذا كان $f(x) = ax^4 - 3x^2$ وكانت $f''(x) = 42$ فأجد قيمة a .

س: يمثل الاقتران: $s(t) = t^3 - 4t^2 + 5t - 7, t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني:

$$1 \quad \text{ما سرعة الجسم عند } t = 1.$$

$$2 \quad \text{ما تسارع الجسم عند } t = 1.$$

$$3 \quad \text{في أي اتجاه يتحرك الجسم عند } t = 1.$$

$$4 \quad \text{أجد قيم } t \text{ التي يكون عندها الجسم بحالة سكون لحظي.}$$

$$4 \quad f(x) = x^7 \ln x$$

$$5 \quad f(x) = e^x \cos x$$

$$6 \quad f(x) = 2x - \frac{1}{x}$$

س: جد المشتقة الثانية لكل اقتران مما يلي عند قيم x المعطاة:

$$1 \quad f(x) = \frac{4}{\sqrt{3x-2}}, x = 2$$

س: يمكن نمذجة موقع سيارة سباق تتحرك في مسار مستقيم باستعمال الاقتران: $s(t) = 6t^2 - 2t$

1 ما سرعة السيارة بعد 5 ثوان من بدء حركتها

2 ما تسارع السيارة بعد 5 ثوان من بدء حركتها.

3 جد قيم t التي تكون عندها السيارة في حالة سكون لحظي.

س: يمثل الاقتران: $s(t) = (t - 3)^3, t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني:

1 ما سرعة الجسم عند $t = 5$.

2 ما تسارع الجسم عند $t = 5$.

3 في أي اتجاه يتحرك الجسم عند $t = 5$.

4 أجد قيم t التي يكون عندها الجسم بحالة سكون لحظي.

س: يمثل الاقتران: $s(t) = 8 + 7t - t^2, t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني، ما اللحظة التي تكون فيها حركة الجسم في الاتجاه السالب.

a $t = -1$ b $t = 1$

c $t = 3.5$ d $t = 5$

$$3 \quad f(x) = x^3(x - 2)$$

$$4 \quad f(x) = 4x^2 - 10x^2$$

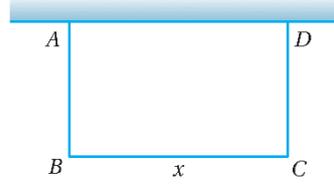
تطبيقات القيم القصوى

س: استعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى (إن وجدت) فيما يلي:

$$1 \quad f(x) = 2x^2 + 4x - 3$$

$$2 \quad f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$$

س: أرادت إحدى الشركات أن تصنع خزانات معدنية على شكل متوازي مستطيلات مغلقة، بحيث يكون حجم كل منها 2 m^3 وقاعدته مربعة الشكل. أجد أبعاد الخزان الواحد التي تجعل كمية المعدن المستعملة لصنعه أقل ما يمكن.



س: يمثل الشكل المجاور مخطط الحديقة منزلية على شكل مستطيل أنشئت مقابل جدار. إذا كان محيط الحديقة من دون الجدار 400 m فأجد كلاً مما يأتي:

1 اقتران المساحة بدلالة x .

2 بعدي الحديقة اللذين يجعلان مساحتها أكبر ما يمكن.

س: أرادت إحدى الشركات أن تصنع خزانات حديد على شكل متوازي مستطيلات، بحيث يكون كل منها مفتوحاً من الأعلى، وحجمه 500 m^3 وقاعدته مربعة الشكل. أجد الأبعاد التي تجعل مساحة سطح الخزان أقل ما يمكن.

س: بنى نجار سقفاً خشبياً لحظيرة لحيوانات، وكان السقف على شكل مستطيل محيطه 80 m أجد أكبر مساحة ممكنة لسطح الحظيرة.

س: يمثل الاقتران: $s(x) = 150 - 0.035x$ سعر القطعة الواحدة من منتج بالدينار لإحدى الشركات، حيث x عدد القطع المنتجة. ويمثل الاقتران: $C(x) = 16000 + 10x + 0.09x^2$ تكلفة إنتاج x قطعة بالدينار:

1 جد اقتران الايراد

2 جد عدد القطع x التي يتساوى عندها الايراد الحدي مع التكلفة الحدية.

3 جد عدد القطع التي يجب بيعها من المنتج لتحقيق أكبر ربح ممكن ثم جد أكبر ربح ممكن.

س: يمثل الاقتران $s(x) = 150 - 0.5x$ سعر البدلة الرجالية الذي حددته شركة لإنتاج الملابس، حيث x عدد البدلات المباعة. ويمثل الاقتران: $C(x) = 4000 + 0.25x^2$ تكلفة إنتاج x بدلة:

1 جد اقتران الايراد

2 جد عدد البدلات x التي يكون عندها الايراد الحدي مثلي التكلفة الحدية.

3 جد عدد البدلات اللازم بيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن، ثم أجد أكبر ربح ممكن.

4 $y \ln x = 1 + x$

س: جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي عند النقطة المعطاة:

1 $x^2 y - 2x^3 - y^3 + 1 = 0$, (2, -3)

2 $y^3 - x^2 = 4$, (2,2)

الاشتقاق الضمني والمعدلات المرتبطة

س: جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي:

1 $x^2 + 5y^2 = 14$

2 $x^2 + 2xy = 3y^2$

3 $y + y^3 = \sin x - x^2$

س: إذا كان $x^2y = 8 - 4y$ فجد معادلة المماس عند النقطة (2,1).

س: إذا كان $y^2 - x^2 = 16$ فجد:

1 ميل المماس عند النقطة (3,5).

2 معادلة المماس عند النقطة (3,5).

س: اتخذ ورم شكلاً كروياً تقريباً، وقد ازداد نصف قطره بمعدل 0.13 cm/s لكل شهر. أجد معدل تغير حجم الورم عندما يكون طول نصف قطره 0.45 cm، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم الورم V ونصف قطره r هي $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

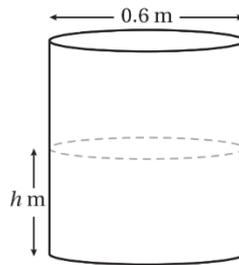
س: إذا كان $x^2 + 4xy + y^2 = 25$ فجد:

1 ميل المماس عند النقطة (0,5).

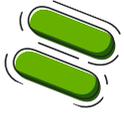
2 معادلة المماس عند النقطة (0,5).

س: يخرج الهواء من منطاد كروي الشكل بمعدل ثابت مقداره $0.6 \text{ cm}^3/\text{s}$ أجد معدل تناقص نصف قطر المنطاد عند اللحظة التي يكون فيها نصف القطر 2.5 m علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم المنطاد V ونصف قطره r هي: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

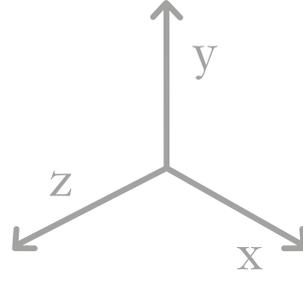
س: إذا كانت كمية الماء في الخزان تزداد بمعدل $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$ فأجد معدل تغير عمق الماء فيه (h) علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم الخزان V وارتفاعه (h) هي $V = \pi r^2 h$.



6

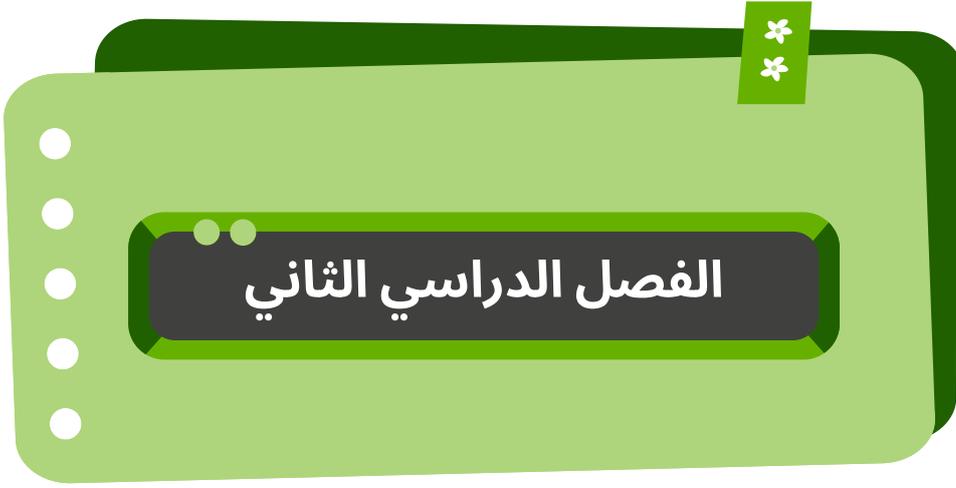


$$\pi = 3,14$$



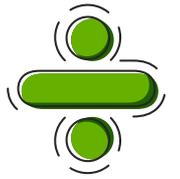
7

$$x^2$$

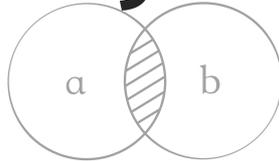


الوحدة الرابعة: التكامل

$$\sqrt[n]{a}$$



الوحدة الخامسة: الاحصاء والاحتمالات



3



$$a^2 + b^2 = c^2$$

X

6 $\int x\sqrt{x}dx$

7 $\int \frac{3x}{\sqrt{x}}dx$

8 $\int \frac{x^2-1}{x^2}dx$

9 $\int \frac{x^2-4}{x-2}dx$

10 $\int \frac{5-x}{x^2}dx$

التكامل غير المحدود

الوحدة 4

س: جد ناتج التكاملات الآتية :

1 $\int (x^{-2} + x^{5/2})dx$

2 $\int (3x^{-2} + 6^{-1/2} + x - 4)dx$

3 $\int \left(\frac{2}{x^3} - 3\sqrt{x}\right)dx$

4 $\int \left(\frac{7}{x^2} + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{\sqrt{x}}\right)dx$

5 $\int \left(\frac{x^2}{3} + \frac{3}{x^2}\right)dx$

الشرط الأولي

س: في كل مما يلي المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$ ونقطة يمر بها منحنى $y = f(x)$ جد قاعدة الاقتران $f(x)$:

1 $f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}, (4,5)$

2 $f'(x) = -x(x+1), (-1,5)$

3 $f'(x) = 4x^{-2/3}, (8,30)$

11 $\int (x+4)^2 dx$

12 $\int \frac{(x+3)^2}{\sqrt{x}} dx$

13 $\int \frac{x^2-x-6}{x+2} dx$

14 $\int (x-5)(x+5) dx$

15 $\int \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^2 dx$

6 يمثل الاقتران $C'(x) = x^2 - 3$ التكلفة الحدية حيث x عدد القطع المباعة و $C(x)$ تكلفة بيع x قطعة بالدينار. جد اقتران الإيراد $C(x)$ علما ان: $C(0) = 0$.

4 إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ هو: $f'(x) = \sqrt{x}$ فجد قاعدة الاقتران $f(x)$ ، علماً أن منحناه يمر بالنقطة $(9,25)$.

7 يتحرك جسيم في مسار مستقيم و تعطى سرعته بالاقتران $v(t) = 3t^2 - 12t + 11$ حيث t الزمن بالثواني و v سرعته المتجهة بالمتري لكل ثانية. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الاصل فجد موقعه بعد ثانيتين من بدء الحركة.

5 إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو: $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x^2}$ فجد قاعدة العلاقة y ، علماً أن منحناها يمر بالنقطة $(2,4)$.

التكامل المحدود

س: جد قيمة كل من التكاملات الآتية :

1 $\int_0^2 2x^3 - 4x + 5dx$

2 $\int_1^4 \frac{x^3 + 2x^2}{\sqrt{x}} dx$

3 $\int_3^6 \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 dx.$

4 $\int_0^5 |x + 3| - 5dx$

5 $\int_0^7 |2x - 1| dx$

6 $\int_{-3}^4 |x| dx.$

7 $\int_1^2 \frac{x^2 + x^3}{x} dx.$

8 $\int_5^5 \frac{x^2 + 4x + 1}{x} dx$

س: اذا كان:

$$\int_{-3}^2 f(x) dx = 5, \int_{-3}^2 g(x) dx = -2, \int_{-3}^1 f(x) dx = 4$$

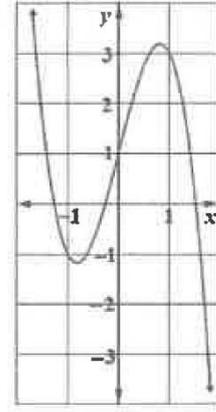
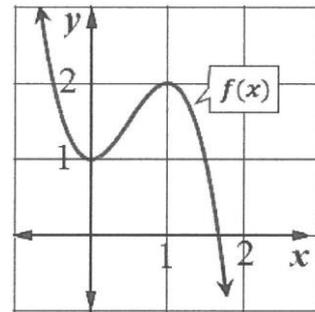
فجد ما يلي:

1 $\int_2^2 f(x) dx$

2 $\int_2^{-3} (g(x) + 2x) dx$

3 $\int_{-3}^2 (4f(x) - 3g(x)) dx$

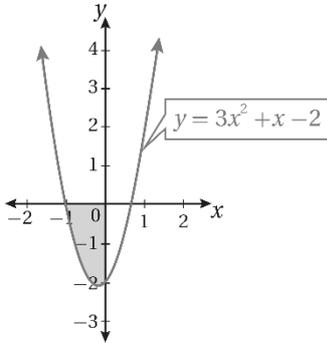
4 $\int_1^2 (f(x) - 5) dx$

8 **يبين الشكل الآتي منحنى الاقتران $f(x)$ حيث $f'(x) = 4 - 6x^2$ فما قاعدة الاقتران $f(x)$.**9 **يبين الشكل الآتي منحنى الاقتران $f(x)$ حيث $f'(x) = 6x - 6x^2$ فإن قاعدة الاقتران $f(x)$ هي:**

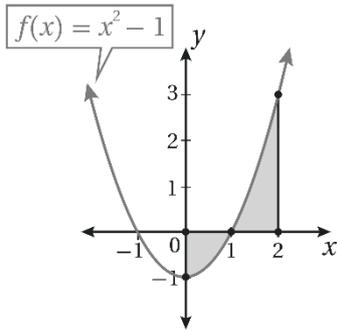
المساحة

س: جد مساحة المنطقة المظلة في الشكلين الأتيين:

1



2



س: جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = 3x^2 - 3$ والمحور x .

س: جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = x^3 - 5x^2 - 6x$ والمحور x .

س: جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = 2x - 3$ والمحور x والمستقيمين $x = 1, x = 0$ هي:

- a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

س: اذا كان: $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 2 \\ 8 - x & , x \geq 2 \end{cases}$ فجد قيمة $\int_{-3}^6 f(x)dx$.

س: يمثل الاقتران $C'(x) = 8x + 3$ التكلفة الحدية بالدينار حيث x عدد القطع المنتجة ما مقدار التغير في التكلفة عند زيادة انتاجها من 5 قطع إلى 10 قطع :

- a) 345 b) 315 c) 255 d) 285

س: اذا كان: $\int_2^3 (x^2 - a)dx = 5$ فجد قيمة الثابت a .

تكمّل اقترانات خاصة

س: جد كل من التكميلات الآتية:

1 $\int \left(\frac{6}{x} - e^{2x-4} \right) dx$

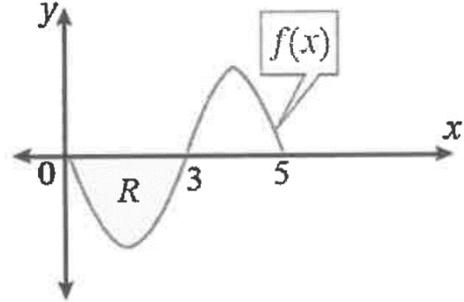
2 $\int \frac{8}{4x+5} dx$

3 $\int \left(3 \cos x + \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2} \right) dx$

4 $\int (3x + 2)^5 dx$

5 $\int \frac{1}{\sqrt{4-x}} dx$

س: يبين الشكل الآتي منحنى الاقتران $f(x)$ ، إذا كانت مساحة المنطقة R تساوي 5 وحدات مربعة، وكان $\int_0^5 f(x) dx = -3$ ، فإن قيمة $\int_3^5 f(x) dx$ هي:



- a) -8 b) 8
c) -2 d) 2

س: التكميل المحدود الذي قيمته تساوي مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = 9x - x^2$ والمحور x هو:

1 $\int_0^9 (9x - x^2) dx$

2 $\int_9^0 (9x - x^2) dx$

3 $\int_0^3 (9x - x^2) dx$

4 $\int_3^0 (9x - x^2) dx$

11 إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة y هو :
 $\frac{dy}{dx} = 6e^{2x} + 2e^{-x}$ فجد قاعدة العلاقة
 y علماً أن منحنىها يمر بالنقطة (0.2).

12 في كل مما يأتي المشتقة الاولى للاقتران
 $f(x)$ ونقطة يمر بها منحنى $y = f(x)$ جد
 قاعدة الاقتران $f(x)$:

a) $f'(x) = \frac{3}{x} - 4, (1,0)$

b) $f'(x) = 4e^x - 2, (0,1)$

13 يعالج التلوث في بحيرة إذا كان عدد الخلايا
 البكتيرية الضارة لكل مليلتر في البحيرة يتغير
 بمعدل $N'(t) = \frac{-2000t}{1+t^2}$ فجد $N(t)$ علماً ان
 العدد الابتدائي للخلايا هو 5000 خلية.

6 $\int \frac{1}{2 - \frac{1}{3}x} dx$

7 $\int \sin(4 - 2x) + \cos(6x + 5) dx$

8 $\int \left(\frac{x+1}{x^2+2x+5} \right) dx$

9 $\int_0^1 \sqrt{1+7x} dx$

10 $\int_0^1 e^x(4 - e^x) dx$

التكامل بالتعويض

س: جد كل من التكاملات الآتية:

1 $\int x\sqrt{x^2+6} dx$

2 $\int (x+1)(x^2+2x+5)^4 dx$

3 $\int \frac{(\ln x)^3}{x} dx$

14 $\int (x^2+4x+4)^4 dx$

15 $\int e^{-x}(4+2e^x)dx$

هو:

a) $-4e^{-x} + C$

b) $4e^{-x} + C$

c) $4e^{-x} + 2x + C$

d) $-4e^{-x} + 2x + C$

16 $\int \sqrt[3]{e^x} dx$

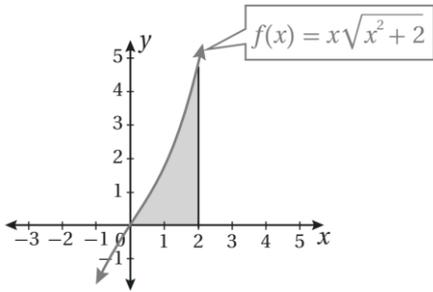
$$7 \int_0^1 (x+1)(x^2+2x)^5 dx$$

$$4 \int (x^4 \cdot e^{x^5+2}) dx$$

$$8 \int_e^{e^2} \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$5 \int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx$$

9 جد مساحة المنطقة المظلة في التمثيل الثاني المجاور :



$$6 \int_1^2 \frac{x^2}{(x^3+1)^2} dx$$

التوزيع الهندسي

الوحدة 5

س: إذا كان: $X \sim Geo\left(\frac{1}{8}\right)$ فجد ما يلي مقرباً إجابتي
الى 3 منازل عشرية:

1 $P(X = 4)$

2 $P(X \geq 2)$

3 $P(X \leq 4)$

4 $P(4 < X \leq 6)$

س: جد التوقع لكل من المتغيرات العشوائية :

5 $X \sim Geo(0.8)$

6 $X \sim Geo(0.1)$

7 $X \sim Geo(0.75)$

8 $X \sim Geo\left(\frac{2}{3}\right)$

س: اطلق فهد رصاصة نحو هدف بصورة متكررة ثم
توقف عند اصابته الهدف أول مرة . اذا كان احتمال
اصابة الهدف في كل مرة هو 0.7 فجد ما يلي:

9 احتمال أن يصيب الهدف أول مرة بالمحاولة
العاشرة.

10 احتمال أن يطلق رصاصتين على الاقل حتى
يصيب الهدف أول مرة .

11 المدد المتوقع من الرصاصات التي يطلقها
فهد حتى يصيب الهدف أول مرة .

10 يمثل الاقتران $R'(x) = 50 + 3.5xe^{-0.1x^2}$
اليراد الحدي حيث x عدد القطع المباعة و
 $R(x)$ ايراد بيع x قطعة بالذيار علماً بأن :
 $R(0) = 0$

11 يتحرك جسيم في مسار مستقيم. وتعطى
سرعته المتجهة بالاقتران: $V(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}$
حيث t الزمن بالثوان و v سرعة الجسم بالمتر
اذا بدأ الجسيم حركة من نقطة الاصل فجد
موقعه بعد t ثانية من بدء الحركة.

12 جد ناتج التكامل $\int \cos 4x (1 + \sin 4x)^5 dx$

توزيع ذي الحدين

س: إذا كان $X \sim B\left(20, \frac{1}{8}\right)$ فجد ما يلي:

1 $P(X = 18)$

2 $P(X \leq 3)$

3 $P(1 < X \leq 3)$

س: يواجه الطيارون صعوبة بالرؤيا باحتمال (0.25) عند الهبوط بالطائرات. إذا هبط طيار 20 مرة في هذا المطار شتاء. فجد ما يلي:

17 احتمال ان يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في 3 مرات فقط .

18 احتمال ان يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في 3 مرات على الأقل.

19 العدد المتوقع من المرات التي سيواجه فيها الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط .

س: جد التوقع والتباين لكل من المتغيرات العشوائية الآتية:

20 $X \sim B(40, 0.2)$

21 $X \sim B(280, 0.4)$

22 $X \sim B\left(48, \frac{1}{6}\right)$

س: إذا كان X متغيرا عشوائيا هندسيا وكان التوقع $E(X) = 2$ فجد ما يلي :

12 $P(X = 1)$

13 $P(X > 3)$

14 تبين في مصنع للمصابيح الكهربائية ان احتمال أن يكون اي مصباح من انتاج المصنع تالفا هو (0.15) إذا مثل X عدد المصابيح التي سيفحصها مراقب الجودة حتى ايجاد اول مصباح تالف. فجد احتمال ان يفحص مراقب الجودة اكثر من 3 مصابيح حتى ايجاد اول مصباح تالف.

15 قرر لاعب القاء حجر نرد منتظم بشكل متكرر والتوقف عند ظهور العدد 3 لأول مرة كم مرة يتوقع رمي حجر النرد .

a) 2

b) 3

c) 4

d) 6

16 إذا كان $X \sim Geo(P)$ وكان $P(X > 4)$ فما قيمة P .

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{4}{9}$

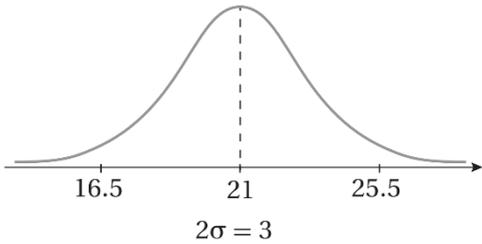
d) $\frac{5}{9}$

التوزيع الطبيعي

س: إذا اتخذ التمثيل البياني لطوال مجموعة من الطلبة شكل المنحنى الطبيعي جد ما يلي :

- 1 النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي.
- 2 النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم و الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.
- 3 النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين .
- 4 النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية، أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

5 يبين الشكل المجاور منحنى توزيع طبيعي اعبر عن المتغير العشوائي لهذا التوزيع باستعمال الرموز .



س: إذا كان $X \sim N(8,0.04)$ فجد ما يلي:

- 6 $P(X > 8)$
- 7 $P(7.8 < X < 8.2)$
- 8 $P(X > 8.4)$

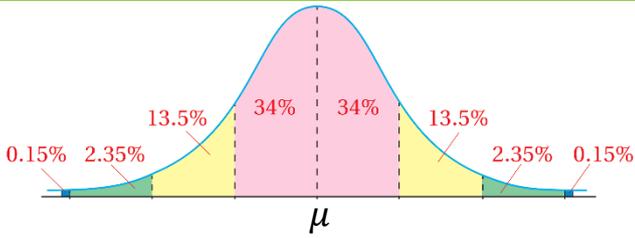
23 وفقا لدراسة طبية فإن 9% من البالغين حول العالم مصابون بمرض السكري اذا اختيرت عينة عشوائية من البالغين تضم 12000 شخص فما العدد المتوقع من المصابين بمرض السكري في هذه العينة .

24 إذا كان $X \sim B(n, 0.6)$ وكان $\text{Var}(X) = 24$ فإن قيمة n تساوي:

- a) 40
- b) 60
- c) 100
- d) 240

25 إذا كان X متغيرا عشوائيا ذا حديث وكان $f(x) = 7, n = 10$ مما يلي يعبر عن ذلك بالرموز :

- a) $X \sim B(10, 0.7)$
- b) $X \sim B(10, 0.07)$
- c) $X \sim B(10, 0.3)$
- d) $X \sim B(10, 0.03)$



1 النسبة المئوية للطلبة الذي تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي هي:

- a) 34% b) 50%
c) 68% d) 95%

2 النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد::

- a) 34% b) 50%
c) 68% d) 47.5%

3 قيمة: $P(112 < X < 128)$ تساوي

- a) 0.5 b) 0.68
c) 0.95 d) 0.997

4 قيمة: $P(X > 132)$:

- a) 0.135 b) 0.0015
c) 0.0235 d) 0.485

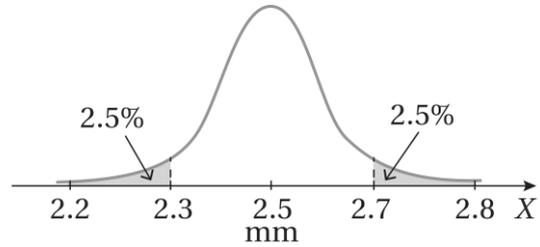
س: إذا كان $X \sim N(20,9)$ فإن النسبة المئوية للبيانات التي تقل عن 20 هي:

- a) 34% b) 47%
c) 50% d) 68%

س: من خصائص المنحنى الطبيعي:

- (a) يستعمل لنمذجة البيانات العددية المنفصلة المختارة عشوائياً في مواقف حياتية.
(b) منحنى متصل له شكل جرس.
(c) الوسط الحسابي للبيانات أكبر من الوسيط
(d) يقطع المنحنى محور x عند طرفيه

س: صناعة: يُمكن نمذجة أطوال أقطار مسامير يُنتجها مصنع بمنحنى التوزيع الطبيعي المُبيّن في الشكل المجاور:



9 أجد كلا من الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لأطوال أقطار المسامير.

10 أجد النسبة المئوية للمسامير التي يزيد طول قطر كل منها على الوسط الحسابي بما لا يزيد على انحرافين معياريين.

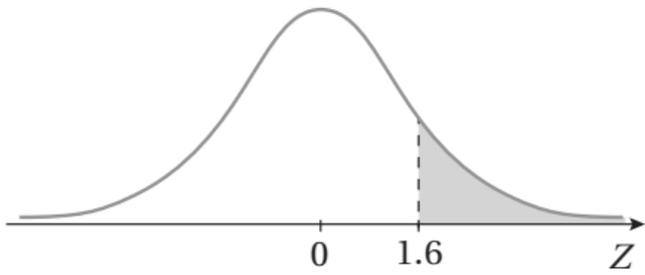
11 من خصائص المنحنى الطبيعي:
(a) النسبة المئوية للبيانات فوق الوسط الحسابي هي 100%.
(b) الوسط الحسابي للبيانات أكبر من المنوال.
(c) منحنى متصل غير متماثل ويميل نحو اليسار.
(d) المساحة الكلية أسفل المنحنى هي 1.

12 إذا كان $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ وكان $P(X < \mu + \sigma) = 0.84$ فإن النسبة المئوية للبيانات التي لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي:

- a) 34% b) 68%
c) 42% d) 95%

س: إذا دل المتغير العشوائي X على أطوال مجموعة من طلبة الصف الرابع، حيث $X \sim N(120,16)$ فاستعمل القاعدة التجريبية والشكل الآتي الذي يمثل منحنى التوزيع الطبيعي للجافة عن الأسئلة من 1 إلى 4:

2



س: أجد قيمة a التي تحقق الاحتمال المعطى فيما يأتي:

- 1 $P(Z < a) = 0.9082$
- 2 $P(z < a) = 0.0314$
- 3 $P(z > a) = 0.95$
- 4 $P(z > a) = 0.2743$

س: إذا كان $Z \sim N(0,1)$

وكان: $P(1 < Z < C) = 0.1408$ فجد قيمة الثابت C .

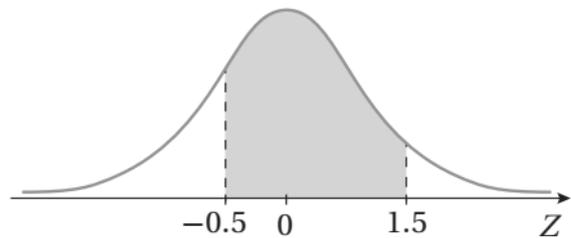
التوزيع الطبيعي المعياري

س: جد كل مما يأتي مستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

- 1 $P(Z < 1.42)$
- 2 $P(Z < -2.78)$
- 3 $P(-2.65 < Z < -1.43)$
- 4 $P(Z > 0.81)$
- 5 $P(Z < -2.03)$
- 6 $P(Z < 0.87)$
- 7 $P(1.1 < Z < 2.1)$
- 8 $P(Z < -0.54)$
- 9 $P(Z > -1.99)$
- 10 $P(Z - 0.5 < Z < 0)$

س: أجد مساحة المنطقة المظللة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في كل مما يأتي:

1



س: إذا كان $Z \sim N(0,1)$

وكان: $P(Z > -a) = 0.9292$ فما قيمة $P(Z < a)$:

- a) 0.0708 b) 0.9292
c) 0.4292 d) 0.5000

س: من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري أن وسطه الحسابي يساوي:

- e) $\frac{1}{2}$ f) -1
g) 0 h) 1

س: استخدم الجدول المأخوذ من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري في حل السؤال:

Z	1	1.25	2.5	3
$P(Z < z)$	0.8413	0.8944	0.9938	0.9987

إذا كان $P(Z > a) = 0.9938$ فإن قيمة a هي:

- a) -2.5 b) 2.5
c) 0.9938 d) -0.9938

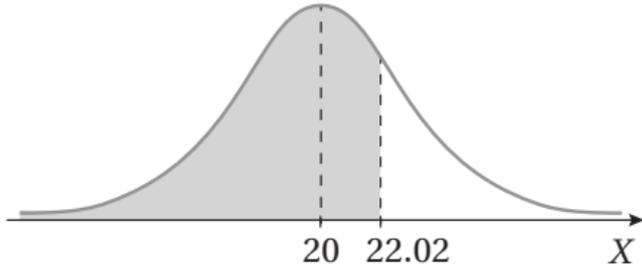
س: إذا كان $Z \sim N(0,1)$ وكان: $P(Z < a) = 0.1539$ قيمة $P(Z < -a)$ هي:

- a) 0.8461 b) 0.1539
c) 0.3461 d) 0.6539

احتمال المتغير العشوائي الطبيعي باستعمال جدول

س: إذا كان $X \sim N(20,9)$ ، فأوجد مساحة المنطقة المظلمة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي للمتغير العشوائي X في كل مما يأتي:

1

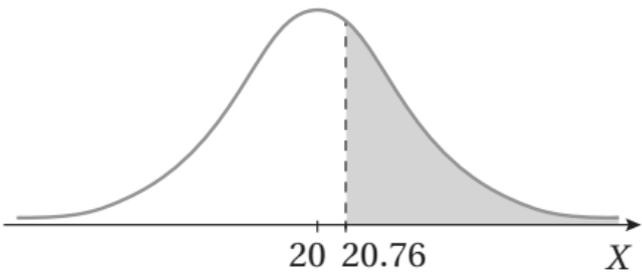


س: إذا كان X متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا وسطه الحسابي 89 وانحرافه المعياري 11.5، فجد القيمة المعيارية Z التي تقابل X في ما يلي:

1 $X = 81$

2 $X = 100$

2



س: إذا كان X متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا وسطه الحسابي 220 وانحرافه المعياري 10، فجد قيمة X التي تقابل القيمة المعيارية Z في ما يلي:

1 $Z = 2$

2 $Z = -3.5$

س: إذا كان: $X \sim N(17,100)$ فجد احتمال كل مما يلي باستعمال جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1 $P(X < 25.8)$

2 $P(X > 10.5)$

3 $P(19.4 < X < 30.2)$

س: تنتج إحدى الشركات بطاريات من نوع AA ويتبع عمر هذه البطاريات توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 25 ساعة، وانحرافه المعياري 1.5 ساعة. إذا اختيرت بطارية عشوائياً، فأجد كلا مما يأتي:

- 1 احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 28 ساعة.
- 2 احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 20 ساعة.
- 3 احتمال أن يتراوح عمر البطارية بين 22 ساعة و 25 ساعة.

س: إذا كان X متغيراً عشوائياً طبيعياً وسطه الحسابي 60 وانحرافه المعياري 4، فجد قيمة X التي تقابل القيمة المعيارية $Z = 1.25$ هي:

- a) 70
- b) 75
- c) 65
- d) 55

س: وجد عالم ان الزمن اللازم لحدوث تفاعل كيميائي في تجربة معينة يتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي 155 دقيقة وانحرافه المعياري 3 دقائق ما احتمال أن يتراوح الزمن اللازم لحدوث التفاعل بين 155 دقيقة و 159.5 دقيقة ؟

مكتف الأساس في الرياضيات



بتقدر تابعنا على جميع مواقع التواصل الإجتماعي



أ. فهد السلامة