

**الوحدة الأولى: الاقترانات الأسية و اللوغاريتمية**

1 جد قيمة كل اقتران مما يأتي عند قيمة  $x$  المعطاة:

a)  $f(x) = 3(7)^x$  ,  $x = 2$

b)  $f(x) = 7\left(\frac{1}{4}\right)^x$  ,  $x = 3$

c)  $f(x) = -(2)^x + 11$  ,  $x = 4$

d)  $f(x) = -\left(\frac{1}{4}\right)^x - 10$  ,  $x = 3$

2 مثل الإقتران التالي بيانياً وحدّد مجاله و مداه:

a)  $f(x) = 6^{-x}$

b)  $f(x) = 2(9)^x$

c)  $f(x) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^x$

3 جد خط التقارب الأفقي لكل مما يأتي ثم حدّد

مجاله و مداه مبيّناً إذا كان متزايد/متناقص:

a)  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 5$

b)  $f(x) = (5)^{x-1} + 4$

4 يمثل الاقتران:  $P(t) = 200(0.3)^t$ ، النسبة المئوية للمتعافين من مرض السرطان، حيث تعافوا بعد  $t$  سنة من التشخيص الأولي للمرض، جد:

(a) النسبة المئوية للمتعافين بعد سنة من التشخيص الأولي للمرض.

(b) بعد كم سنة تصبح نسبة المتعافين 9%.

"سؤال خدعة إحذر عزيزي".



سؤال تنين

5 يمثل الاقتران:  $f(x) = 2(0.75)^x$  كمية الماء المتبقية في خزان (بالمتر المكعب) بعد  $x$  ساعة نتيجة ثقب فيه:

(a) جد كمية الماء المتبقية في الخزان بعد ساعة واحدة.

(b) ما الزمن الذي تصبح فيه كمية الماء المتبقية في الخزان  $\frac{9}{8}m^3$  تقريباً؟

6 استخدم 17 ألف شخصاً موقعاً إلكترونيّاً، و من المتوقع أن يزداد هذا العدد بنسبة 3% كل سنة:

(a) اكتب اقتران النمو الأسي الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد  $t$  سنة.

(b) جد عدد المستخدمين بعد 5 سنوات.



7 في دراسة تناولت درجة إشعاع نووي في مختبر،  
توصل الباحثون أن الإشعاع ينخفض بنسبة 20%  
كل سنة.

(a) اكتب اقتران الإضمحلال الأسّي الذي يمثله  
إنخفاض الإشعاع في المختبر بعد  $t$  سنة، علماً بأن  
درجة الإشعاع عند بدء الدراسة هي 12000.

(b) جد درجة الإشعاع بعد سنتين.

8 استثمر ربيع مبلغ 7000 JD في شركة، بنسبة  
ربح مركب تبلغ 5.5% و تضاف كل شهر، جد جملة  
المبلغ بعد 3 سنوات.

9 أودعت سماهر مبلغ 80000 JD عام 2010 في  
حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 6%.  
جد جملة المبلغ في عام 2025.

10 أعدّ باحث دراسة عن تكاثر ذباب الفاكهة، و توصل  
إلى أنه يمكن تمثيل العدد التقريبي للذباب بالاقتران:  
 $P(t) = 20e^{0.03t}$ ، حيث  $P$  عدد الذباب بعد  $t$   
ساعة. جد عدد ذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بدء  
الدراسة، مقرباً إجابتك إلى أقرب عدد صحيح.

11 اكتب المعادلة اللوغاريتمية الآتية بالصورة  
الأسية:  $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

12 اكتب المعادلة الأسية الآتية في الصورة  
اللوغاريتمية:  $5^{-3} = 0.008$ .

13 جد قيمة كل مما يأتي دون استخدام الآلة  
الحاسبة:

a)  $\log_2 64$

b)  $\log_b \sqrt[7]{b}$

c)  $\log_3 \frac{1}{\sqrt{3^7}}$

d)  $\log_{10}(1 \times 10^{-5})$

e)  $4^{\log_4 3}$

14 مثل الاقتران التالي بيانياً ثم حدّد مجاله و مداه و  
مقطعيه من المحورين الإحداثيين و خطوط التقارب،  
مبيناً إذا كان متناقص أو متزايد:  $f(x) = \log_5 x$

15 جد مجال الاقتران اللوغاريتمي التالي:  
 $f(x) = 7 - 3 \log_7(x + 2)$

16 جد قيمة  $a$  التي تجعل منحنى الاقتران  
 $f(x) = \log_a x$  يمر بالنقطة (32, 5)



20 جد قيمة ما يلي باستخدام الآلة الحاسبة:

a)  $\log_2 10$

b)  $\log_3 e^2$

21 حل المعادلات الأسية الآتية مقرباً إجابتك إلى أقرب 4 منازل عشرية:

a)  $6^x = 121$

b)  $-4e^{4x} = -64$

c)  $3^{2x+1} = 7^{5x}$

d)  $21^{x-1} = 3^{7x+1}$

e)  $64^x + 2(8)^x - 3 = 0$

17 إذا كان  $\log_a 7 = 0.936$  وكان  $\log_a 3 = 0.528$ ، فجد:

a)  $\log_a \frac{3}{7}$

b)  $\frac{\log_a 3}{\log_a 7}$

c)  $\log_a 7a^2$

d)  $\log_a \sqrt[4]{81}$

18 اكتب كل مقدار لوغاريتمي مما يأتي بالصورة المطولة:

a)  $\log_a \left( \frac{a}{b^c} \right)$

b)  $\log_a \sqrt{x} \sqrt{y}$

c)  $\log \frac{1}{x^2 y^3}$

19 اكتب كل مقدار لوغاريتمي مما يأتي بالصورة المختصرة:

a)  $2 \log_b x - 3 \log_b y + \frac{1}{3} \log_b z$

b)  $\log_a (x^2 - 4) - \log_a (x + 2)$

c)  $\log_b 1 + 2 \log_b b$





\*. إجابات أسئلة الوحدة الأولى \*

1) a)  $f(2) = 3(7)^2 = 147$

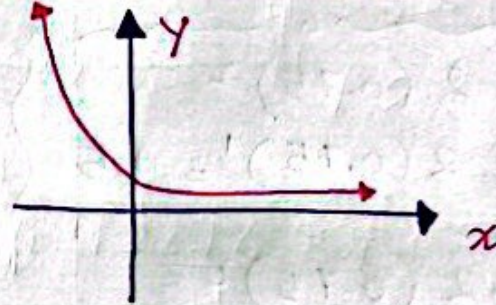
b)  $f(3) = 7\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{7}{64}$

c)  $f(4) = -(2)^4 + 11 = -5$

d)  $f(3) = -\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 10 = \frac{-641}{64}$

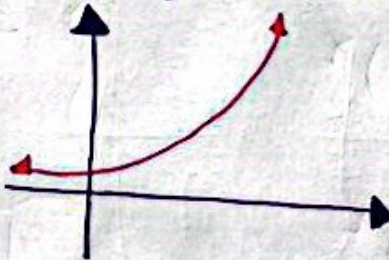
2) a)  $f(x) = 6^{-x} \rightarrow \mathbb{R}$  المجال ،  $\mathbb{R}^+$  المدى

x	-2	-1	0	1	2
y	36	6	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$



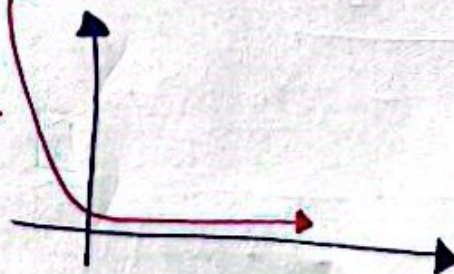
b)  $f(x) = 2(9)^x \rightarrow \mathbb{R}$  المجال ،  $\mathbb{R}^+$  المدى

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{2}{81}$	$\frac{2}{9}$	2	18	162



c)  $f(x) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^x \rightarrow \mathbb{R}$  المجال ،  $\mathbb{R}^+$  المدى

x	-2	-1	0	1	2
y	48	12	3	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{16}$





3] a)  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} \rightarrow$  متناقص،  $y = -5$  خط التقارب،  $(-5, \infty)$  المدى،  $\mathbb{R}$  المجال

b)  $f(x) = (5)^{x-1} + 4 \rightarrow$  متزايد،  $y = 4$  خط التقارب،  $(4, \infty)$  المدى،  $(-\infty, \infty)$  المجال

4] a)  $P(1) = 100 (0.3)^1 = 30$

b)  $9 = 100 (0.3)^t$

$$\frac{9}{100} = (0.3)^t$$

$$(0.3)^2 = (0.3)^t \rightarrow \boxed{t=2}$$

5] a)  $f(x) = 2 (0.75)^x$

$$f(1) = 2 (0.75)^1 = 1.5$$

b)  $f(x) = 2 (0.75)^x$

$$\frac{9}{8} = 2 (0.75)^x$$

$$\frac{9}{16} = (0.75)^x$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^x$$

$$\boxed{x=2}$$

6]  $A(t) = a(1+r)^t$

a)  $A(t) = 17(1+0.03)^t$

$$A(t) = 17(1.03)^t$$

b)  $A(5) = 17(1.03)^5$   
 $= 19.7$  ألف

7]  $A(t) = a(1-r)^t$

a)  $A(t) = 12000(1-0.2)^t$

$$A(t) = 12000(0.8)^t$$

b)  $A(2) = 12000(0.8)^2$   
 $= 7680$



$$8] A = P \left( 1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

$$A = 7000 \left( 1 + \frac{0.055}{1} \right)^{1 \times 3} = \boxed{8219.7}$$

$$9] A = P e^{rt} = 80000 e^{0.06 \times 15} = \boxed{196768.25}$$

$$10] P(t) = 20 e^{0.03t} \rightarrow P(72) = 20 e^{0.03 \times 72} = \boxed{173.42}$$

$$11] (125)^{\frac{1}{3}} = \boxed{5} \text{ أو } \sqrt[3]{125} = \boxed{5}$$

$$12] \log_5 0.008 = \boxed{-3}$$

$$13] \text{ a) } \log_2 64 = \boxed{6} \quad \text{ b) } \log_b \sqrt[7]{b} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

$$\text{ c) } \log_3 \frac{1}{\sqrt{3^7}} = \boxed{-\frac{7}{2}} \quad \text{ d) } \log_{10} (1 \times 10^{-5}) = \boxed{-5}$$

$$\text{ e) } 4^{\log_4 3} = \boxed{3}$$

$$14] f(x) = \log_5 x$$

$(0, \infty)$   $\mathbb{R}^+$  المجال

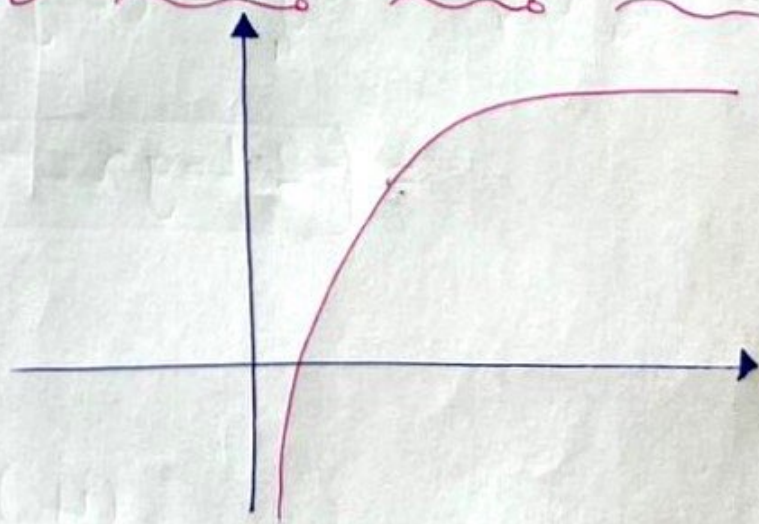
$(-\infty, \infty)$   $\mathbb{R}$  المدى

المقطع مع محور  $x$  هو 1

لا يقطع محور  $y$

متزايد

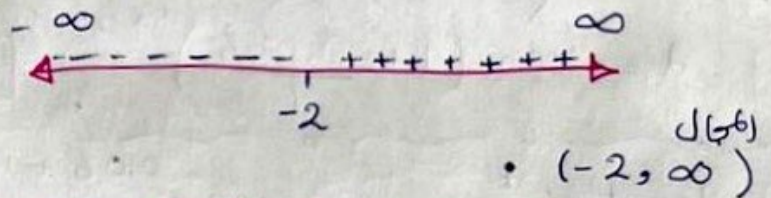
خط التقارب  $x=0$  أو محور  $y$





15)  $f(x) = 7 - 3 \log(x+2)$

$x+2=0$   
 $x=-2$  خط القارب  
 الرئيسي



16)  $\log_a 32 = 5 \rightarrow a^5 = 32 \rightarrow a^5 = 2^5 \rightarrow a = 2$

17) a)  $\log_a 3 - \log_a 7 = -0.408$

b)  $\frac{\log_a 3}{\log_a 7} = 0.564$

c)  $\log_a 7 + \log_a a^2 = 2.936$

d)  $\log_a \sqrt[4]{81} = \log_a 3 = 0.528$

18) a)  $\log_a \frac{a}{bc} = \log_a a - (\log_a b + \log_a c)$   
 $= 1 - \log_a b - \log_a c$

b)  $\log_a \sqrt{x} \sqrt{y} = \log_a \sqrt{x} + \log_a \sqrt{y} = \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$

c)  $\log_a \frac{1}{x^2 y^3} = \log_a 1 - (\log x^2 + \log y^3)$   
 $= -2 \log x - 3 \log y$



$$19) a) \log_b x^2 - \log_b y^3 + \log_b z^3$$

$$= \log_b \frac{x^2}{y^3} + \log_b \sqrt[3]{z} = \boxed{\log_b \frac{x^2 \cdot \sqrt[3]{z}}{y^3}}$$

$$b) \log_a \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \log_a \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = \boxed{\log_a (x-2)}$$

$$c) \cancel{\log_b 1} + 2 \log_b b = \log_b b^2 = \boxed{2}$$

$$20) a) \frac{\log 10}{\log 2} = \frac{1}{0.3010} = \boxed{3.322}$$

$$b) \frac{\log e^2}{\log 3} = \boxed{1.82}$$

$$21) a) 6^x = 121 \rightarrow \log 6^x = \log 121$$

$$x = \frac{\log 121}{\log 6} = \boxed{2.676}$$

$$b) \frac{-4e^{4x}}{-4} = \frac{-64}{-4} \rightarrow \ln e^{4x} = \ln 16 \rightarrow 4x = \ln 16$$

$$\boxed{x = 0.693}$$

$$c) \log 3^{(2x+1)} = \log 7^{(5x)} \rightarrow (2x+1) \log 3 = 5x \log 7$$

$$2x \log 3 + \log 3 = 5x \log 7$$

$$\log 3 = 5x \log 7 - 2x \log 3 \rightarrow \log 3 = x(5 \log 7 - 2 \log 3)$$

$$x = \frac{\log 3}{(5 \log 7 - 2 \log 3)} = \boxed{0.1458}$$



$$2] \ln 21^{(x-1)} = \ln 3^{(7x+1)}$$

$$(x-1) \ln 21 = (7x+1) \ln 3$$

$$x \ln 21 - \ln 21 = 7x \ln 3 + \ln 3$$

$$x \ln 21 - 7x \ln 3 = \ln 21 + \ln 3$$

$$x (\ln 21 - 7 \ln 3) = \ln 21 + \ln 3$$

$$x = \frac{\ln 21 + \ln 3}{\ln 21 - 7 \ln 3} = \boxed{-0.8918}$$

$$e] 64^x + 2(8)^x - 3 = 0$$

$$(8^x)^2 + 2(8)^x - 3 = 0$$

$$K^2 + 2K - 3 = 0$$

$$(K+3)(K-1) = 0$$

$$\boxed{K=-3}, \boxed{K=1}$$

$$8^x = -3, \quad 8^x = 1$$

$$\cdot \log \quad x \log 8 = \log 1$$

$$x = \frac{\log 1}{\log 8} = 0$$

finito

(6)

فرض
$K = 8^x$