

السؤال الأول: في ما يلي عشرين سؤال من الخيارات المتعددة، اختر رمز الإجابة الصحيحة وانقلها على الماسح الضوئي:

1.  $\int \left( 10x^4 + 6x - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$

a)  $\frac{10}{3}x^3 + 2x - 4\sqrt{x} + C$

b)  $-2x^5 + 3x^2 - 4\sqrt{x} + C$

c)  $2x^5 + 3x^2 - 4\sqrt{x} + C$

d)  $2x^5 - 3x^2 - 4\sqrt{x} + C$

2.  $\int \left( \frac{4 + x^2}{x^2} \right) dx$

a)  $\frac{4}{x} + x + C$

b)  $\frac{-4}{x} + x + C$

c)  $\frac{4}{x^3} + x + C$

d)  $\frac{1}{4x} + x + C$

3.  $\int \left( \frac{81 - x^2}{9 - x} \right) dx$

a)  $9x + x^2 + C$

b)  $9x - \frac{1}{2}x^2 + C$

c)  $9 + x + C$

d)  $9x + \frac{1}{2}x^2 + C$

4.  $\int (x + 2)(x - 2) dx$

a)  $\frac{(x-2)^2}{2} + C$

b)  $\frac{1}{3}x^3 + 4x + C$

c)  $x^3 - 4x + C$

d)  $\frac{1}{3}x^3 - 4x + C$

5. استعمل المعلومات لإيجاد قاعدة الاقتران  $f(x)$  في ما يلي:  $(-1, 2)$  ,  $f'(x) = 3x - 2$

a)  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$

b)  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - \frac{3}{2}$

c)  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2}$

d)  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2}$

6. يمثل الاقتران:  $R'(x) = x^2 - 2$  الإيراد الحدي بالدينار لكل قطعة تُباع من منتجات إحدى الشركات، حيث  $x$  عدد القطع المباعة بالدينار، جد اقتران الإيراد  $R(x)$  علماً بأن  $R(0) = 0$ :

a)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 1$

b)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

c)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x$

d)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$

7. يتحرك جسيم في مسار مستقيم تعطى سرعته المتجهة بالاقتران  $v(t) = 2t^2 + 3$ ، حيث  $t$  الزمن بالثواني و  $v$  سرعته المتجهة بالمتري لكل ثانية، إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل، فجد موقعه بعد  $t$  ثانية:

a)  $s(t) = \frac{2}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2$

b)  $s(t) = \frac{3}{2}t^3 + 3t$

c)  $s(t) = \frac{2}{3}t^3 + 3t$

d)  $s(t) = \frac{2}{3}t^3 + t$

8. يتحرك جسيم في مسار مستقيم و يعطى تسارعه بالاقتران:  $a(t) = 12t - 30$  حيث  $t$  الزمن بالثواني، التسارع بالمتري لكل ثانية تربيع، إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل بسرعة مقدارها  $18m/s$  جد اقتران السرعة:

a)  $v(t) = 6t^2 - 30t - 18$

b)  $v(t) = 6t^2 - 30t + 18$

c)  $v(t) = 4t^2 - 30t - 18$

d)  $v(t) = 4t^2 - 30t + 18$

9.  $\int_1^5 10x^{-2} dx$

a) 12

b) 8

c) - 12

d) - 8

10.  $\int_0^2 \frac{x^5 + x^7}{x^3} dx$

a)  $\frac{141}{15}$

b)  $\frac{136}{15}$

c)  $\frac{40}{8}$

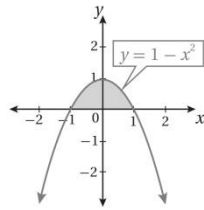
d)  $\frac{136}{9}$

11. إذا كان:  $\int_{-1}^5 g(x) dx = -2$  ،  $\int_{-1}^5 f(x) dx = 5$  فإن قيمة:  $\int_{-1}^5 (-2f(x) + 5g(x)) dx$  تساوي:

- a) 20                      b) - 20                      c) 24                      d) - 24

12. جد قيمة الثابت  $k$  في الاقتران التالي:  $\int_2^3 (x^2 - k) dx = 5$

- a)  $\frac{4}{3}$                       b)  $-\frac{4}{3}$                       c)  $\frac{14}{3}$                       d)  $-\frac{14}{3}$



13. في الشكل المجاور، أوجد مساحة الشكل المظلل:

- a) 2                      b)  $\frac{8}{3}$                       c)  $\frac{2}{3}$                       d)  $\frac{4}{3}$

14.  $\int \left( \frac{1 - x^2}{3x} \right) dx$

- a)  $\frac{1}{3x^2} - \frac{x^2}{2} + C$                       b)  $\frac{1}{3} \ln|x| - \frac{1}{6}x^2 + C$   
c)  $3 \ln|3x| - \frac{1}{6}x^2 + C$                       d)  $\frac{1}{3} \ln|3x^2| - \frac{1}{6}x^2 + C$

15.  $\int (1 - e^{7x+1}) dx$

- a)  $\ln|x| - \frac{e^{7x+1}}{7} + C$                       b)  $x - 7e^{7x+1} + C$   
c)  $x - 7e^{7x+1} + C$                       d)  $x - \frac{1}{7}e^{7x+1} + C$

16.  $\int (8 - \sin(2x + 1)) dx$

- a)  $8x - \frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C$                       b)  $8x + \frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C$   
c)  $8x - 2 \sin(2x + 1) + C$                       d)  $8x + 2 \cos(2x + 1) + C$

17.  $\int \frac{2}{(2x+1)^3} dx$

a)  $\frac{1}{2(2x+1)} + C$

b)  $\frac{-1}{(2x+1)^2} + C$

c)  $\frac{1}{-2(2x+1)^2} + C$

d)  $2 - (2x+1)^2 + C$

18.  $\int \left( \frac{5}{6} x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{x} + \cos x \right) dx$

a)  $\frac{1}{3} \sqrt{x^5} - \ln |x| + \sin x + C$

b)  $\frac{1}{3} \sqrt{x^5} - 2 \ln |x| + \sin x + C$

c)  $\frac{25}{12} \sqrt{x^5} - 2 \ln |x| - \sin x + C$

d)  $\frac{1}{3} \sqrt{x^5} - \ln |x| - \sin x + C$

19. إذا كان:  $\int_2^b (1 - 4x) dx = 5b$  ، جد قيمة الثابت  $b$ :

a)  $\{-6, 1\}$

b)  $\{-3, 1\}$

c)  $\{4, -2\}$

d)  $\{3, -1\}$

20. جد قيمة الثابت  $b$  ،  $\int_{b^2+b}^{-b+3} f(x) dx = 0$

a)  $\{1, 3\}$

b)  $\{3, -1\}$

c)  $\{2, -4\}$

d)  $\{-3, 1\}$

السؤال الثاني:

1. يتحرك جسيم في مسار مستقيم ويعطى تسارعه بالاقتران:  $a(t) = 6t - 30$  ، حيث  $t$  الزمن بالثواني، و  $a$  التسارع بالمتري لكل ثانية تربيع. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل بسرعة مقدارها  $72m/s$  ، فجد موقعه بعد 3 ثوانٍ من بدء الحركة.

2. احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران  $f(x) = x^2 - 2x$  ، ومحور  $x$  والمستقيمين  $x = 0$  ،  $x = 4$ .

3. يمثل الاقتران:  $C'(x) = 10x + 6$  التكلفة الحدية (بالدينار) لكل قطعة تنتجها إحدى الشركات، حيث  $x$  عدد القطع، جد مقدار التغير في التكلفة عند زيادة الشركة إنتاجها من 10 إلى 20 شهريًا.

السؤال الثالث: جد ناتج كل مما يأتي:

1.  $\int \frac{x^3+8}{x+2} dx$

2.  $\int_0^{-13} \frac{1}{\sqrt[3]{2x-1}} dx$

3.  $\int_{-2}^1 f(x) dx$  إذا كان:  $f(x) = |x + 1|$  فجد قيمة

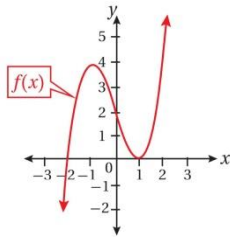
4.  $\int_2^3 \frac{1}{7-2x} dx$

5.  $\int 3x(x^2 + 7)^4 dx$

6.  $\int \sin^6 x \cos x dx$

السؤال الرابع:

1. يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران  $f(x)$  حيث:  $f'(x) = 3x^2 - 3$ ، جد قاعدة الاقتران  $f(x)$ .



2. أثبت أن:  $\int_0^1 x^n (1-x) dx = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ ، حيث  $n > 0$ .

## إجابات السؤال الأول

1. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

2. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

3. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

4. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

5. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

6. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

7. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

8. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

9. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

10. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

11. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

12. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

13. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

14. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

15. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

16. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

17. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

18. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

19. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

20. ☐ a ☐ b ☐ c ☐ d

$$\begin{aligned} 1 \int (10x^4 + 6x - \frac{2}{\sqrt{x}}) dx \\ \int (10x^4 + 6x - 2x^{-\frac{1}{2}}) dx \\ \frac{10}{5}x^5 + \frac{6}{2}x^2 - 2 \cdot 2x^{\frac{1}{2}} + C \\ \boxed{2x^5 + 3x^2 - 4\sqrt{x} + C} \quad [C] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \int (\frac{4+x^2}{x^2}) dx \\ \int (\frac{4}{x^2} + \frac{x^2}{x^2}) dx \\ \int (4x^{-2} + 1) dx \\ \frac{4}{-1}x^{-1} + x + C \\ \boxed{\frac{-4}{x} + x + C} \quad [C] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \int (\frac{81-x^2}{9-x}) dx \\ \int \frac{(9-x)(9+x)}{(9-x)} dx \\ \int (9+x) dx \\ \boxed{9x + \frac{1}{2}x^2 + C} \quad [C] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \int (x+2)(x-2) dx \\ \int (x^2-4) dx \\ \boxed{\frac{1}{3}x^3 - 4x + C} \quad [C] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 f'(x) = 3x - 2 \\ \int f'(x) dx = \int (3x - 2) dx \\ f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + C \\ (-1, 2) \rightarrow 2 = \frac{3}{2}(-1)^2 - 2(-1) + C \\ x \quad y \\ 2 = \frac{3}{2} + 2 + C \\ 2 = \frac{7}{2} + C \end{aligned}$$

$$C = \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}} \quad [C]$$

$$\begin{aligned} 6 R'(x) = x^2 - 2 \\ \int R'(x) dx \\ = \int (x^2 - 2) dx \\ = \frac{1}{3}x^3 - 2x + C \\ 0 = \frac{1}{3}(0)^3 - 2(0) + C \\ \boxed{C = 0} \end{aligned}$$

$$\boxed{R(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x} \quad [C]$$

$$\begin{aligned} 7 v(t) = 2t^2 + 3 \\ \int v(t) dt = \int (2t^2 + 3) dt \\ s(t) = \frac{2}{3}t^3 + 3t + C \\ 0 = \frac{2}{3}(0)^3 + 3(0) + C \\ \boxed{C = 0} \\ \boxed{s(t) = \frac{2}{3}t^3 + 3t} \quad [C] \end{aligned}$$

$$8] a(t) = 12t - 30$$

$$\int a(t) \cdot dt$$

$$= \int (12t - 30) dx$$

$$v(t) = 6t^2 - 30t + c$$

$$18 = 6(0)^2 - 30(0) + c$$

$$c = 18$$

$$v(t) = 6t^2 - 30t + 18 \quad b$$

$$9] \int_1^5 10x^{-2} dx$$

$$\left[ \frac{10}{-1} x^{-1} \right]_1^5 = \left[ -\frac{10}{x} \right]_1^5$$

$$\left( -\frac{10}{5} \right) - \left( -\frac{10}{1} \right) = 8 \quad b$$

$$10] \int_0^2 \frac{x^5 + x^7}{x^3} dx$$

$$\int_0^2 \left( \frac{x^5}{x^3} + \frac{x^7}{x^3} \right) dx$$

$$\int_0^2 (x^2 + x^4) dx$$

$$\left[ \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{5} x^5 \right]_0^2$$

$$\left( \frac{1}{3} (2)^3 + \frac{1}{5} (2)^5 \right) - (0)$$

$$\frac{8}{3} + \frac{32}{5} = \frac{136}{15} \quad b$$

$$11] \int_{-1}^5 (-2f(x) + 5g(x)) dx$$

$$-2 \int_{-1}^5 f(x) dx + 5 \int_{-1}^5 g(x) dx$$

$$-2(5) + 5(-2) = -10 + -10$$

$$= -20 \quad b$$

$$12] \int_2^3 (x^2 - k) dx = 5$$

$$\left( \frac{1}{3} x^3 - kx \right) \Big|_2^3 = 5$$

$$(9 - 3k) - \left( \frac{8}{3} - 2k \right) = 5$$

$$\frac{19}{3} - k = 5 \rightarrow k = \frac{4}{3} \quad a$$

$$13] \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$$

$$\left[ x - \frac{1}{3} x^3 \right]_{-1}^1 \rightarrow \left( 1 - \frac{1}{3} \right) - \left( -1 + \frac{1}{3} \right)$$

$$2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$14] \int \left( \frac{1-x^2}{3x} \right) dx$$

$$\int \left( \frac{1}{3x} - \frac{x^2}{3x} \right) dx$$

$$\int \left( \frac{1}{3x} - \frac{x}{3} \right) dx$$

$$\frac{1}{3} \ln|x| - \frac{1}{6} x^2 + C \quad b$$

(9)

$$15] \int (1 - e^{7x+1}) dx$$

$$\boxed{x - \frac{1}{7} e^{7x+1} + C} \quad d$$

$$16] \int (8 - \sin(2x+1)) dx$$

$$\boxed{8x + \frac{1}{2} \cos(2x+1) + C} \quad b$$

$$17] \int \frac{2}{(2x+1)^3} dx$$

$$\int 2(2x+1)^{-3} dx$$

$$\frac{2(2x+1)^{-2}}{-2 \times 2} + C$$

$$\frac{(2x+1)^{-2}}{-2} + C$$

$$\boxed{\frac{-1}{2(2x+1)^2} + C} \quad c$$

$$18] \int \left( \frac{5}{6} x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{x} + \cos x \right) dx$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} - 2 \ln|x| + \sin x + C$$

$$\frac{1}{3} x^{\frac{5}{2}} - 2 \ln|x| + \sin x + C$$

$$\boxed{\frac{1}{3} \sqrt{x^5} - 2 \ln|x| + \sin x + C}$$

b

(3)

$$19] \int_2^b (1 - 4x) dx = 5b$$

$$\left[ x - 2x^2 \right]_2^b = 5b$$

$$(b - 2b^2) - (2 - 8) = 5b$$

$$b - 2b^2 + 6 = 5b$$

$$2b^2 + 5b - b - 6 = 0$$

$$(2b^2 + 4b - 6 = 0) \div 2$$

$$b^2 + 2b - 3 = 0$$

$$(b+3)(b-1) = 0$$

$$\boxed{b = -3} \quad \boxed{b = 1} \quad b$$

$$20] \int_{b^2+b}^{-b+3} f(x) dx = 0$$

$$(-b+3) - (b^2+b)$$

$$-b + 3 - b^2 - b = 0$$

$$-2b + 3 - b^2 = 0$$

$$b^2 + 2b - 3 = 0$$

$$(b+3)(b-1) = 0$$

$$\boxed{b = -3} \quad \boxed{b = 1} \quad d$$

$$1] a(t) = 6t - 30$$

$$\int a(t) dt = \int (6t - 30) dt$$

$$v(t) = \frac{6}{2}t^2 - 30t + C$$

$$72 = 3(0)^2 - 30(0) + C$$

$$\boxed{C = 72}$$

$$\boxed{v(t) = 3t^2 - 30t + 72}$$

$$\int v(t) dt = \int (3t^2 - 30t + 72) dt$$

$$\rightarrow s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + C$$

$$0 = (0)^3 - 15(0)^2 + 72(0) + C$$

$$\rightarrow \boxed{C = 0}$$

$$s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t$$

$$s(3) = (3)^3 - 15(3)^2 + 72(3)$$

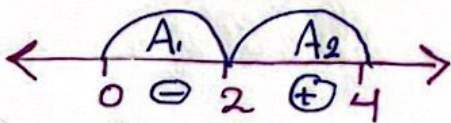
$$= \boxed{108 \text{ m}}$$

$$2] f(x) = x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$\boxed{x=0} / \boxed{x=2}$$



$$A = A_1 + A_2$$

$$= \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^4 (x^2 - 2x) dx$$

$$= \left[ \left( \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \right]_0^2 + \left[ \left( \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \right]_2^4$$

$$= \left( \left( \frac{8}{3} - 4 \right) - (0) \right) + \left( \left( \frac{64}{3} - 16 \right) - \left( \frac{8}{3} - 4 \right) \right)$$

$$= -\frac{8}{3} + 4 + \frac{64}{3} - 16 - \frac{8}{3} + 4$$

$$\boxed{8}$$

$$3] c(x) = 10x + 6$$

$$\int c'(x) dx = \int (10x + 6) dx$$

$$c(x) = 5x^2 + 6x \Big|_{10}^{20}$$

$$(5(20)^2 + 6(20)) - (5(10)^2 + 6(10))$$

$$\boxed{1560}$$

السؤال الثالث

$$1] \int \left( \frac{x^3 + 8}{x + 2} \right) dx$$

$$\int \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{(x+2)} dx$$

$$\int (x^2 - 2x + 4) dx$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x + C}$$

$$2] \int_0^{-13} \frac{1}{\sqrt[3]{2x-1}} dx$$

$$\int_0^{-13} (2x-1)^{-\frac{1}{3}} dx$$

$$\left[ \frac{3}{2} \frac{(2x-1)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} \right]_0^{-13} = \left[ \frac{3}{4} \sqrt[3]{(2x-1)^2} \right]_0^{-13}$$

$$\left( \frac{3}{4} \sqrt[3]{(2(-13)-1)^2} - \left( \frac{3}{4} \sqrt[3]{(2(0)-1)^2} \right) \right)$$

$$\left( \frac{3}{4} * 9 \right) - \left( \frac{3}{4} \right)$$

$$\frac{27}{4} - \frac{3}{4} = \frac{24}{4}$$

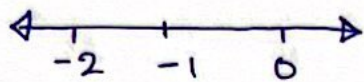
$$= \boxed{6}$$

$$(4)$$

$$3] \int_{-2}^1 f(x) dx \text{ حيث } f(x) = |x+1|$$

$$x+1=0$$

$$x = -1$$



$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq -1 \\ -x-1, & x < -1 \end{cases}$$

$$\int_{-2}^1 f(x) dx = \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$$

$$= \int_{-2}^{-1} (-x-1) dx + \int_{-1}^0 (x+1) dx$$

$$\left[ \frac{-x^2}{2} - x \right]_{-2}^{-1} + \left[ \frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^0$$

$$\left( -\frac{1}{2} + 1 \right) - \left( -\frac{4}{2} + 2 \right) + (0) - \left( \frac{1}{2} - 1 \right)$$

$$= \boxed{1}$$

$$4] \int_2^3 \frac{1}{7-2x} dx$$

$$\frac{-2}{-2} \int_2^3 \frac{1}{7-2x} dx = -\frac{1}{2} \int_2^3 \frac{-2}{7-2x} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \ln |7-2x| \Big|_2^3$$

$$\left( -\frac{1}{2} \ln 7 - 2 \times 3 \right) - \left( -\frac{1}{2} \ln 3 \right)$$

$$\boxed{-0.5493}$$

$$5] \int 3x(x^2+7)^4 dx$$

الفرض

$$u = x^2 + 7$$

$$\frac{du}{dx} = 2x \rightarrow \frac{du}{2x} = dx$$

$$\int 3x(u)^4 \frac{du}{2x} \rightarrow \int \frac{3}{2} (u)^4 du$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} \frac{u^5}{5} + C$$

$$= \boxed{\frac{3}{10} (x^2+7)^5 + C}$$

$$6] \int \sin^6 x \cos x dx$$

$$\int (\sin x)^6 \cos x dx$$

الفرض

$$u = \sin x$$

$$\frac{du}{dx} = \cos x \rightarrow \frac{du}{\cos x} = dx$$

$$\int (u)^6 \cancel{\cos x} \frac{du}{\cancel{\cos x}}$$

$$\int (u)^6 du = \frac{u^7}{7} + C$$

$$\frac{1}{7} (\sin x)^7 + C$$

$$\boxed{\frac{1}{7} \sin^7 x + C}$$

(5)

$$1) f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$\int f'(x) dx = \int (3x^2 - 3) dx$$

$$\rightarrow f(x) = x^3 - 3x + C$$

$$\rightarrow (0, 2) \rightarrow 2 = (0)^3 - 3(0) + C \rightarrow \boxed{C = 2}$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

$$2) \int_0^1 x^n (1-x) dx$$

$$\int_0^1 (x^n - x^{n+1}) dx$$

$$\left[ \frac{x^{n+1}}{n+1} - \frac{x^{n+2}}{n+2} \right]_0^1 \rightarrow \left( \frac{(1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(1)^{n+2}}{n+2} \right) - (0)$$

$$= \frac{(n+2) \cdot 1}{(n+2)(n+1)} - \frac{1 \cdot (n+1)}{(n+2)(n+1)}$$

$$\frac{(n+2) - (n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

finito ☺ #